ΟΔΗΓΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
ΓΙΑ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2024–2025

ΒΙΒΛΙΑ
«Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου» των Ιωάννη Βανδουλάκη, Χαράλαμπου Καλλιγά, Νικηφόρου Μαρκάκη, Σπύρου Φερεντίνου
«Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου» των Παναγιώτη Βλάμου, Παναγιώτη Δρούτσα, Γεωργίου Πρέσβη, Κωνσταντίνου Ρεκούμη

Ύλη

Από το βιβλίο: **«Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου»**

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφ. 7ο: Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί
7.7 Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών.
7.8 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό
7.9 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο

Από το βιβλίο **«Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου»**

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφ. 1ο: ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ
1.1 Η έννοια της μεταβλητής – Αλγεβρικές παραστάσεις
1.2 Εξισώσεις α' βαθμού
1.4 Επίλυση προβλημάτων με τη χρήση εξισώσεων

Κεφ. 2ο: ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ
2.1 Τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού
2.2 Άρρητοι αριθμοί – Πραγματικοί αριθμοί
2.3 Προβλήματα

Κεφ. 3ο: ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ
3.1 Η έννοια της συνάρτησης
3.2 Καρτεσιανές συντεταγμένες – Γραφική παράσταση συνάρτησης (χωρίς τις εφαρμογές 2 και 3).
3.3 Η συνάρτηση $y = α·x$
3.4 Η συνάρτηση $y = α·x + β$ (χωρίς τις υποπαραγράφους: «Η εξίσωση της μορφής $α·x + β·y = γ$» και «Σημεία τομής της ευθείας $α·x + β·y = γ$ με τους άξονες»)
3.5 Η συνάρτηση $y=\frac{α}{x}$ – Η υπερβολή

Κεφ. 4ο: ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ
4.1 Βασικές έννοιες της Στατιστικής: Πληθυσμός – Δείγμα
4.2 Γραφικές Παραστάσεις
4.5 Μέση τιμή – Διάμεσος (χωρίς την υποπαράγραφο: «Μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής»)

ΜΕΡΟΣ Β΄

Κεφ. 1ο: ΕΜΒΑΔΑ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ – ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

1.1 Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας
1.2 Μονάδες μέτρησης επιφανειών
1.3 Εμβαδά επίπεδων σχημάτων
1.4 Πυθαγόρειο θεώρημα

Κεφ. 2ο: ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ – ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

2.1 Εφαπτομένη οξείας γωνίας
2.2 Ημίτονο και συνημίτονο οξείας γωνίας (χωρίς την παρατήρηση β της σελίδας 143).

Κεφ. 3ο: ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΥΚΛΟΥ

3.1 Εγγεγραμμένες γωνίες
3.2 Κανονικά πολύγωνα
3.3 Μήκος κύκλου
3.5 Εμβαδόν κυκλικού δίσκου

Κεφ. 4ο: ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΕΡΕΑ – ΜΕΤΡΗΣΗ ΣΤΕΡΕΩΝ

4.2 Στοιχεία και εμβαδόν πρίσματος και κυλίνδρου
4.3 Όγκος πρίσματος και κυλίνδρου
4.4 Η πυραμίδα και τα στοιχεία της
4.6 Η σφαίρα και τα στοιχεία της

Οδηγίες διδασκαλίας

Οι παρακάτω οδηγίες έχουν στόχο να παρουσιάσουν κάποιες σημαντικές πλευρές για κάθε ενότητα και έτσι να υποστηρίξουν τον/την εκπαιδευτικό ώστε να σχεδιάσει τη διδασκαλία του/της και να επιλέξει υλικό. Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κ.λπ. Οι δραστηριότητες που περιέχονται είναι ενδεικτικές και προέρχονται από το πρόγραμμα σπουδών για το Γυμνάσιο και τον οδηγό του/της εκπαιδευτικού τα οποία είναι συμπληρωματικά προς τα ισχύοντα και μπορούν να ανακτηθούν από τον ιστότοπο του ψηφιακού σχολείου (http://ebooks.edu.gr/new/ps.php).

Ταυτόχρονα καταβλήθηκε προσπάθεια οι οδηγίες να εξειδικευθούν **ανά παράγραφο** με συγκεκριμένες διδακτικές προτάσεις που λαμβάνουν υπόψη τη συνοχή και εξέλιξη των διδασκόμενων εννοιών και μεθόδων, την ανάδειξη των σημαντικών ιδεών καθώς και τη διδακτική πρακτική.

Στο πλαίσιο του διδακτικού σχεδιασμού οι εκπαιδευτικοί, προκειμένου να αξιοποιήσουν τις προτεινόμενες **ιστοσελίδες** από το διδακτικό υλικό ή/και τα διδακτικά βιβλία, να προβαίνουν σε επανέλεγχο της εγκυρότητάς τους, διότι ενδέχεται λόγω του δυναμικού τους χαρακτήρα ορισμένες από αυτές να είναι ανενεργές ή να οδηγούν σε διαφορετικό περιεχόμενο.

Τέλος, επισημαίνεται ότι η **παράλειψη κεφαλαίων** ή ενοτήτων που περιλαμβάνονται στη διδακτέα ύλη θα **πρέπει να αποφεύγεται**.

Κεφάλαιο 7ο Α΄ ΜΕΡΟΥΣ Μαθηματικών Α΄ Γυμνασίου (Να διατεθούν 17 ώρες)

Προτείνεται να διατεθούν ώρες για την επανάληψη των παραγράφων 7.1 έως 7.6 (8 ώρες), με εμπλοκή των μαθητών/-τριών σε μαθηματικές δραστηριότητες διερεύνησης, επίλυσης προβλημάτων και εφαρμογής, είτε σε μικρές ομάδες, είτε στην ολομέλεια της τάξης.

§§ 7.7, 7.8 και 7.9 (Να διατεθούν 9 ώρες και μέχρι την ολοκλήρωση τους δε θα διδαχθεί η Γεωμετρία)

Η διδασκαλία αυτών των παραγράφων προσφέρεται για ανάκληση προηγουμένων γνώσεων ενώ προετοιμάζεται η διδασκαλία των πρώτων κεφαλαίων τόσο της Άλγεβρας όσο και της Γεωμετρίας της Β΄ Γυμνασίου. Ειδικότερα:

§7.7 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Σε συνδυασμό με την μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό ή περιοδικό δεκαδικό (που εντοπίζεται στην §3.1 του σχολικού βιβλίου της Α΄ Γυμνασίου) η αντίστροφη διαδικασία (που αποτυπώνεται στο Παράδειγμα σ. 136 του ίδιου σχολικού βιβλίου) είναι σημαντική για τη συγκρότηση της έννοιας του ρητού αριθμού.

Προτείνονται:

- Δραστηριότητα 1 σ. 135
- Παράδειγμα σ. 136
- Ασκήσεις 1, 2 σ. 136

§ 7.8 και 7.9 (Να διατεθούν 7 ώρες)

Είναι σημαντικό να αφιερωθεί χρόνος στην εξήγηση των ιδιοτήτων των δυνάμεων μέσα από παραδείγματα. Η απομνημόνευση των κανόνων είναι προτιμότερο να έρθει μέσα από τη χρήση τους και όχι από την αρχή της διδασκαλίας. Προτείνεται να αφιερωθεί χρόνος στη δικαιολόγηση των ορισμών των δυνάμεων με εκθέτη 0 ή αρνητικό, μέσα από την επιδίωξη να επεκτείνονται οι ιδιότητες των δυνάμεων. Αυτό μπορεί να γίνει με διερεύνηση των ίδιων των μαθητών/-τριών μέσα από παραδείγματα (που περιέχονται στο βιβλίο ή άλλα).
Σχετικά με τις δυνάμεις, να συζητηθεί το γεγονός ότι μεταξύ δύο δυνάμεων με ίδια βάση, μεγαλύτερη του 1, μεγαλύτερη είναι η δύναμη που έχει το μεγαλύτερο εκθέτη (π.χ. $2{,}52 < (2{,}52)^2 < (2{,}52)^3$), ενώ συμβαίνει το αντίθετο, αν η βάση είναι μικρότερη του 1 (π.χ. $0{,}22 > (0{,}22)^2 > (0{,}22)^3$). Να γίνει χρήση του υπολογιστή τσέπης.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u>
Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί το γινόμενο $3^4 \cdot 3^5$ είναι ίσο με τη δύναμη 3^9;
Μπορείτε να γράψετε με μορφή μιας δύναμης το γινόμενο $2^3 \cdot 2^5$;
Μπορείτε να γράψετε με μορφή μιας δύναμης το γινόμενο $\alpha^\kappa \cdot \alpha^\lambda$;
Πως θα γράφατε το 5^8 ως γινόμενο δυνάμεων;
[Σχόλιο: Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η διερεύνηση και η αιτιολόγηση (από τους/τις μαθητές/-ήτριες) της ιδιότητας $\alpha^\kappa \cdot \alpha^\lambda = \alpha^{\kappa+\lambda}$. Αντίστοιχες δραστηριότητες μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για τις υπόλοιπες ιδιότητες]

Προτείνονται:

- Παραδείγματα 1, 2 σ. 139
- Ασκήσεις 2, 3 (παραστάσεις Α και Γ) σ. 139

Οι παράγραφοι από το σχολικό βιβλίο της Α' Γυμνασίου δεν αποτελούν εξεταστέα ύλη.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφάλαιο 1ο (Να διατεθούν 13 ώρες)

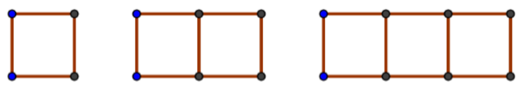
§1.1 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα σε ασκήσεις αλγεβρικής έκφρασης ποσοτήτων που είναι λεκτικά διατυπωμένες και αντιστρόφως. Στόχος είναι η εξοικείωση των μαθητών/-τριών με διαδικασίες αλγεβρικής μοντελοποίησης οι οποίες δίνουν νόημα στην άλγεβρα αλλά μπορούν να υποστηρίζουν και την κατανόηση των διαδικασιών (όπως για παράδειγμα την επιμεριστική ιδιότητα). Επιπρόσθετα, οι μαθητές/-τριες θα πρέπει να εμπλακούν σε δραστηριότητες που θα δίνουν νόημα στις αναγωγές ομοίων όρων και τις απλοποιήσεις αλγεβρικών παραστάσεων με χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας.

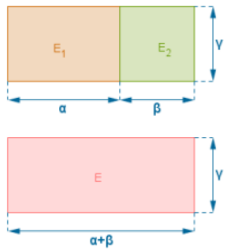
Προτείνονται**:**

- Η έννοια της μεταβλητής να προσεγγιστεί περιγραφικά εξηγώντας τον ρόλο και την σημασία της. Ο προτεινόμενος από το διδακτικό βιβλίο ορισμός δεν αποτελεί αντικείμενο εξέτασης.
- Στη δραστηριότητα 1 της σελίδας 11 προτείνεται να προστεθούν ερωτήματα όπου δίνεται το κόστος του τηλεφωνήματος και ζητείται η διάρκεια του. Με αυτό τον τρόπο η αλγεβρική παράσταση συνδέεται με μια απλή εξίσωση.
- Στη δραστηριότητα 2 της σελίδας 12 προτείνεται να δοθούν και δεκαδικές τιμές στα α, β, γ ώστε να φανεί η αξία χρήσης της επιμεριστικής ιδιότητας για την οικονομία των πράξεων.
- Εφαρμογή 4 σ. 13. Να τονιστεί ότι η μόνη διαθέσιμη πληροφορία είναι ότι $x+y=10$ και πως η επιλογή της μεθόδου επίλυσης πρέπει να αξιοποιεί αυτό το δεδομένο.
- Ασκήσεις 1, 2, 5, 6. σ. 14. Στην άσκηση 5 να συμπεριληφθούν τιμές που υποδεικνύουν την αναγκαιότητα απλοποίησης. Ενδεικτικά α) $x=1/4$, $y=1/8$ β) $α=7$, $β=5$.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:</u>



Χρησιμοποιώντας σπίρτα κατασκευάζουμε ένα τετράγωνο (1ο σχήμα) και κατόπιν προσθέτουμε δίπλα του άλλο ένα τετράγωνο (2ο σχήμα), κι άλλο ένα τετράγωνο (3ο σχήμα), κοκ.
α) Να βρείτε πόσα σπίρτα χρειάζονται για 4 τετράγωνα, για 10 τετράγωνα, για 57 τετράγωνα;
[Σχόλιο: Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η παραγωγή μιας αλγεβρικής παράστασης για να εκφραστεί ο γενικός όρος της κανονικότητας (ακολουθίας). Η διερεύνηση των μαθητών/-τριών για τον αριθμό των σπίρτων που χρειάζονται για συγκεκριμένο και μικρό αριθμό τετραγώνων θα τους βοηθήσει να αναπτύξουν στρατηγικές (όπως η κατασκευή ενός πίνακα τιμών) η γενίκευση των οποίων θα οδηγήσει στη συμβολική διατύπωση του γενικού όρου (που είναι απαραίτητος για να βρεθεί ο αριθμός σπίρτων που χρειάζεται για μεγάλους αριθμούς τετραγώνων). Είναι αναμενόμενες και επιθυμητές οι διαφορετικές προσεγγίσεις των μαθητών/-τριών, πχ. $1+3x$, $4+3(x-1)$, $2x+x+1$, κι αυτό μπορεί να είναι αφορμή συζήτησης για την ισοδυναμία αυτών των εκφράσεων.]



<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2:</u>

Μικροπείραμα από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, για την κατανόηση της επιμεριστικής ιδιότητας του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση, μέσα από τη γεωμετρική της ερμηνεία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2245

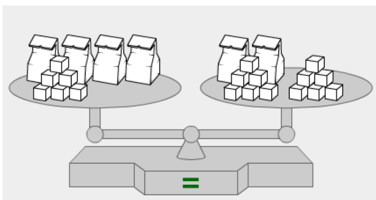
§1.2 (Να διατεθούν 5 ώρες)

Στις εξισώσεις ο χωρισμός γνωστών από άγνωστους να μην γίνεται από την αρχή με τον πρακτικό κανόνα «αλλάζω μέλος – αλλάζω πρόσημο», που μοιάζει μαγικός στον/στη μαθητή/-τρια και τον οδηγεί σε μηχανιστικούς και άνευ νοήματος χειρισμούς, αλλά με βάση τις ιδιότητες των πράξεων. Οι ιδιότητες αυτές μπορούν να υποστηριχθούν με το μοντέλο της ζυγαριάς στην περίπτωση των θετικών αριθμών. Εξάλλου, οι σύγχρονες απόψεις για τη διδασκαλία της άλγεβρας, δίνουν έμφαση στο νόημα των αλγεβρικών εκφράσεων και στην δυνατότητα χειρισμού πολλαπλών αναπαραστάσεων, παράλληλα με την ανάπτυξη αλγοριθμικών δεξιοτήτων. Η διδασκαλία των εξισώσεων θα πρέπει να ξεκινάει από προβλήματα, τα οποία είναι δυσκολότερο να λυθούν με πρακτική αριθμητική και να επιλύονται εξισώσεις που είναι μοντέλα τέτοιων προβλημάτων. Έτσι, δεν έχει νόημα η διδασκαλία πολύπλοκων εξισώσεων που απαιτούν μεγάλη ευχέρεια στον αλγεβρικό λογισμό, όπως οι ασκήσεις 6, 7 και 9 (εξίσωση με παράμετρο).

Προτείνονται**:**

- Να γίνει υπενθύμιση της επίλυσης εξισώσεων με αντίστροφες πράξεις:
    - Αν $x+\alpha = \beta$ τότε $x = \beta - \alpha$.
    - Αν $\alpha x = \beta$ και $\alpha \neq 0$ τότε $x = \frac{\beta}{\alpha}$.
    - Αν $x - \alpha = \beta$ τότε $x = \beta + \alpha$.
    - Αν $\frac{x}{\alpha} = \beta$, με $\alpha \neq 0$, τότε $x = \alpha\beta$.
- Επίσης να τονιστεί ότι αυτό που ονομάζεται μεταφορά αριθμού/μεταβλητής από ένα μέλος μιας εξίσωσης σε ένα άλλο έχει άμεση σχέση με την αντιστροφή των πράξεων
- Επιπλέον, καλό είναι να τονιστεί ότι όπως μπορούν να μεταφέρονται αριθμοί μπορούν να μεταφέρονται παραστάσεις
- Εφαρμογές 1, 2, 3, 4 σελίδων 18-19.
- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2, 3 σελίδας 20 (να τονιστεί η σημασία απάντησης με δοκιμή).
- Ασκήσεις 1, 2, 3, 4, 10, 11 σελίδων 20-21.
- Το ιστορικό σημείωμα στη σ. 21 μπορεί να αξιοποιηθεί για διαθεματική εργασία.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:</u>



Στο διπλανό σχήμα όλα τα σακουλάκια έχουν το ίδιο βάρος, κάθε κυβάκι ζυγίζει 50 γρ. και η ζυγαριά ισορροπεί. Μπορείτε να βρείτε (χωρίς χαρτί και μολύβι) το βάρος που έχει κάθε σακουλάκι; Περιγράψτε τον τρόπο που λύσατε το πρόβλημα, πρώτα με λόγια και μετά με μαθηματικές σχέσεις.

[Σχόλιο: Μέσα από το μοντέλο της ζυγαριάς οι μαθητές/-τριες μπορούν να εξερευνήσουν τόσο τις ιδιότητες της ισότητας (ότι η ισότητα – ισορροπία δεν αλλάζει αν κάνουμε τη ίδια πράξη – δράση και στα δύο μέλη), όσο και τη διαδικασία επίλυσης της εξίσωσης. Είναι σημαντικό η εξερεύνηση αυτή να γίνει από τους/τις ίδιους/-ες μαθητές/-τριες μέσα από το νοητικό πείραμα με τη ζυγαριά (χωρίς χαρτί και μολύβι) και κατόπιν να διατυπωθεί συμβολικά από τους ίδιους. Είναι πιθανό κάποιοι/-ες μαθητές/-τριες να λύσουν το πρόβλημα με δοκιμές, εφόσον αυτή η μέθοδος είναι πιο προσιτή στον/στην άπειρο/-η λύτη/-τρια και πιο κοντά στην καθημερινή εμπειρία. Με κατάλληλη μετατροπή των δεδομένων (πχ. ένα κυβάκι λιγότερο στον ένα από τους δίσκους) μπορεί να φανεί ότι αυτή η μέθοδος δεν είναι πάντα εύχρηστη]

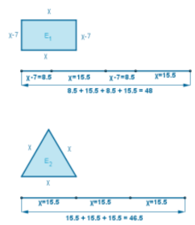
Ενδεικτική δραστηριότητα 2^{η}:
Να κατασκευάσετε μια εξίσωση με άγνωστο και στα δύο μέλη, η οποία να έχει για λύση τον αριθμό –4.
[Σχόλιο: Η κατασκευή εξίσωσης με γνωστή λύση υποστηρίζει την κατανόηση της έννοιας της εξίσωσης και της λύσης της. Θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν και παραλλαγές αυτής της δραστηριότητας με περισσότερους περιορισμούς, όπως π.χ. να έχει άγνωστο μόνο στο πρώτο μέλος και το δεύτερο μέλος να είναι ίσο με 5, κ.ο.κ.]

§1.4 (Να διατεθούν 4 ώρες)
Όπως φαίνεται και από τα παραπάνω, τα προβλήματα είναι η σημαντικότερη αφετηρία δημιουργίας και επίλυσης εξισώσεων στο πλαίσιο της διδασκαλίας του Γυμνασίου. Η υποστήριξη των μαθητών/-τριών ώστε να εμπλακούν επιτυχώς με αυτά είναι σημαντικός στόχος.
Αντί για την αυτόνομη διδασκαλία αυτής της ενότητας, ο/η εκπαιδευτικός θα μπορούσε να σχεδιάσει τη διδασκαλία του ώστε να προβλήματα να είναι πάντα μέσα στη συζήτηση ολόκληρου του κεφαλαίου των εξισώσεων, αφιερώνοντας τις 8 ώρες στην ενιαία διαπραγμάτευση των παραγράφων 1.2 και 1.4.

Προτείνονται:
- Δραστηριότητα 1 σ. 26
- Εφαρμογές 1, 2 σ, 27 και 3, 4 σ. 28.
- Ασκήσεις 1, 2, 3, 4, 7.
- Επισημαίνεται ότι η εμπέδωση των εξισώσεων διατρέχει όλη την ύλη ιδιαίτερα παραγράφους από το Β΄ μέρος όπως τις 1.1, 1.2 και 1.3.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1^{η}:
Να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα που λύνεται με την εξίσωση 15=2x–7.
[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι η κατασκευή προβλήματος που μοντελοποιείται από γνωστή εξίσωση. Αυτή η διαδικασία είναι σημαντική στην εξοικείωση των μαθητών/-τριών με την μοντελοποίηση καταστάσεων και προβλημάτων μέσω εξισώσεων]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2^{η}:
Η άσκηση 2 του σχολικού βιβλίου πριν την αλγεβρική της επίλυση προτείνεται να διερευνηθεί πρώτα, με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων με το μικροπείραμα «Ισότητα εμβαδών (Ορθογώνιο-Ισόπλευρο)», από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία: http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2316.



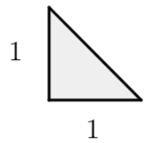
Κεφάλαιο 2^{ο} (Να διατεθούν 7 ώρες)
Το περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι νέο για τους/τις μαθητές/-ήτριες και υπάρχουν πολλές πτυχές που είναι πηγή δυσκολιών (δεκαδική αναπαράσταση αρρήτων, έννοια πραγματικών αριθμών, κ.ο.κ.).

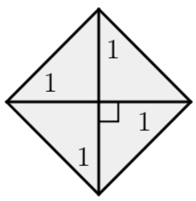
§2.1 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Η παράγραφος αυτή μπορεί να διδαχθεί αμέσως μετά τη διδασκαλία της §1.4 (Πυθαγόρειο Θεώρημα) της Γεωμετρίας ώστε να αξιοποιηθούν οι εφαρμογές και οι ασκήσεις που αναφέρονται στο Πυθαγόρειο Θεώρημα. Σε αυτή την περίπτωση, το Πυθαγόρειο Θεώρημα

θα αποτελέσει την αφορμή για την εισαγωγή της έννοιας της τετραγωνικής ρίζας. Εναλλακτικά, η αφορμή για την εισαγωγή της έννοιας της τετραγωνικής ρίζας μπορεί να είναι το εμβαδόν τετραγώνου (Δραστηριότητα 1).

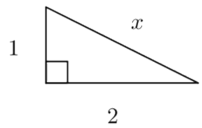
Προτείνονται:

- Εφαρμογές 3, 4 σ. 42
- Μετά τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας και τα κατάλληλα αριθμητικά παραδείγματα προτείνεται να γίνει ιδιαίτερη μνεία στη $\sqrt{2}$ με τις εξής δύο αναπαραστάσεις:





- Στα παραδείγματα υπολογισμού μπορεί να δοθεί και το ακόλουθο:



- Ασκήσεις 1, 2, 3 σ. 43 και 5, 7, 12, 13, 14 σ. 44

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u>
Μια μικρή αίθουσα του σχολείου μας έχει δάπεδο σχήματος τετραγώνου πλευράς 4 m. Μια άλλη αίθουσα έχει επίσης δάπεδο σχήματος τετραγώνου, αλλά διπλάσιου εμβαδού. Πόσο είναι το μήκος της πλευράς του δαπέδου της δεύτερης αίθουσας;
[Σχόλιο: Μέσα από αυτό το πρόβλημα (ή άλλα παρόμοια) μπορεί να αναδειχθεί η ανάγκη χρήσης τετραγωνικών ριζών και η διερεύνηση της ύπαρξης αριθμών που δεν είναι ρητοί. Η αναζήτηση της πλευράς ώστε το εμβαδόν της αίθουσας να είναι $32m^2$, μπορεί να γίνει με υπολογιστή, ώστε να διευκολυνθεί η προσπάθεια διαδοχικών προσεγγίσεων. Η επιδίωξη είναι να εικάσουν οι μαθητές/-τριες ότι αυτή η διαδικασία «δεν θα τελειώσει ποτέ» και να οδηγηθούν στην ιδέα του αριθμού που μετά την υποδιαστολή έχει άπειρα ψηφία μη περιοδικά. Ο ρόλος του/της εκπαιδευτικού στη φάση της διερεύνησης είναι να θέτει ερωτήματα που θα οδηγήσουν τις αναζητήσεις και τη συζήτηση στα παραπάνω. Μετά από τη διερεύνηση, θα χρειαστεί να αναλάβει ο/η ίδιος/α κάποιο μέρος από τη ρητή διατύπωση εννοιών (τετραγωνική ρίζα, άρρητος), των χαρακτηριστικών τους και των μαθηματικών συμβολισμών, αφού δεν μπορεί αυτά να αναμένονται εξ ολοκλήρου από τους/τις μαθητές/-τριες.]

§§2.2 και 2.3 (Να διατεθούν 4 ώρες)
Η έννοια της αρρητότητας δυσκολεύει τους μαθητές/-ήτριες. Για παράδειγμα, συχνά θεωρούν ότι «η τετραγωνική ρίζα του 2 δεν υπάρχει». Χρειάζεται να εντοπιστούν και να συζητηθούν τέτοιες παραπλανητικές ιδέες, καθώς είναι σημαντικό οι μαθητές/-ήτριες να

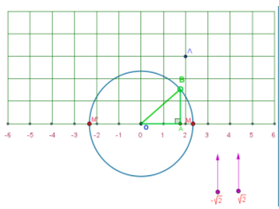
υποστηριχθούν για να αναπτύξουν σωστά την έννοια του πραγματικού αριθμού. Προς αυτή την κατεύθυνση προτείνεται να συζητηθούν στην τάξη θέματα σχετικά με βασικές ιδιότητες συνέχειας των πραγματικών και της ευθείας, με απλά ερωτήματα όπως: «Ποιος είναι ο μικρότερος θετικός πραγματικός;», «Ποιος είναι ο επόμενος πραγματικός του 1;», «Μπορούμε πάντα να βρίσκουμε έναν ρητό/άρρητο ανάμεσα σε δύο άλλους;». Η παράγραφος 2.3 προτείνεται να μην διδαχθεί αυτόνομα, αλλά τα προβλήματα που περιέχονται στην 2.3 είναι χρήσιμο να αποτελέσουν δραστηριότητες κατά τη διδασκαλία της παρούσας παραγράφου 2.2 αλλά και του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Προτείνονται:

- Να δοθεί βάρος στα ουσιώδη σημεία των παραγράφων, που είναι τα εξής:
  - Η αναφορά ότι υπάρχουν άρρητοι αριθμοί.
  - Η προσέγγιση του $\sqrt{2}$ στη σελίδα 45.
  - Η συμπλήρωση της ευθείας των ρητών με άρρητους αριθμούς στην εφαρμογή 3 σ. 47.
- Μετά την πραγμάτευση των παραπάνω μπορούν να γίνουν οι ερωτήσεις κατανόησης της σ. 48 και το πρόβλημα 4 της σ. 50.
- Ασκήσεις 4 σ. 48 (αφού προηγηθεί στην τάξη η επίλυση της $x^2 = 16$) και 1, 4, 6, 9 σ. 51-52.

1η Ενδεικτική δραστηριότητα:

Η εφαρμογή 4 σ. 47 του σχολικού βιβλίου προτείνεται να διερευνηθεί με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, με το μικροπείραμα «Η θέση άρρητων αριθμών στον άξονα» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5496



2η Ενδεικτική δραστηριότητα:

Ένα από τα επακόλουθα της υπερθέρμανσης του πλανήτη μας είναι το λιώσιμο των πάγων. Δώδεκα χρόνια μετά το λιώσιμο των πάγων, αρχίζουν να αναπτύσσονται στους βράχους μικροσκοπικά φυτά που ονομάζονται λειχήνες. Κάθε λειχήνα αναπτύσσεται σε σχήμα περίπου κυκλικό.

Ο παρακάτω τύπος χρησιμοποιείται για να υπολογιστεί κατά προσέγγιση η διάμετρος (δ) της λειχήνας σε σχέση με την ηλικία της:

$$\delta = 7{,}0 \cdot \sqrt{t-12}\,, \text{ για } t \geq 12,$$

όπου δ η διάμετρος της λειχήνας σε mm και t ο αριθμός των ετών που έχουν περάσει μετά το λιώσιμο των πάγων.

Ερώτηση 1: Χρησιμοποιώντας τον παραπάνω τύπο, υπολογίστε τη διάμετρο που θα έχει μια λειχήνα 16 έτη μετά το λιώσιμο των πάγων.

Ερώτηση 2: Η Άννα μέτρησε τη διάμετρο μιας λειχήνας που βρήκε σε κάποιο μέρος και είδε ότι ήταν 35 mm. Πόσα χρόνια έχουν περάσει από το λιώσιμο των πάγων σε αυτό το μέρος; Εξηγήστε πώς βρήκατε την απάντησή σας.

Ερώτηση 3: Σε πόσα χρόνια από σήμερα μια λειχήνα που τώρα έχει διάμετρο 35 mm θα έχει διπλασιάσει τη διάμετρό της; Εξηγήστε πώς βρήκατε την απάντησή σας.

Πηγή: Θέμα «Λειχήνες», PISA 2000
https://www.iep.edu.gr/pisa/index.php/examples/themata-mathimatikon

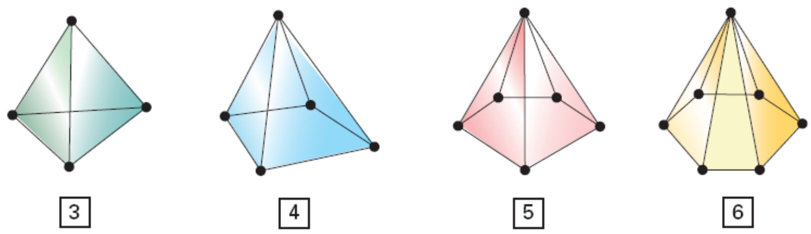
Κεφάλαιο 3ο (Να διατεθούν 18 ώρες)

Παρά το ότι οι μαθητές/-τριες έχουν διδαχθεί τα ανάλογα και τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά στο δημοτικό σχολείο, η έννοια της συνάρτησης, και οι πολλαπλές αναπαραστάσεις της (λεκτική διατύπωση, γραφική παράσταση, αλγεβρικός τύπος, πίνακας τιμών) δεν έχουν γίνει μέχρι τώρα αντικείμενο συστηματικής διαπραγμάτευσης.

§3.1 (Να διατεθούν 3 ώρες)
Η χρήση γράμματος ως μεταβλητής και όχι μόνο ως άγνωστου σε μια εξίσωση είναι κάτι που δεν έχει γίνει επαρκώς αντικείμενο συζήτησης μέχρι τώρα. Για το σκοπό αυτό είναι χρήσιμη τόσο η δημιουργία αλγεβρικών τύπων συναρτήσεων από λεκτικές διατυπώσεις ποσοτήτων, όσο και η συμπλήρωση τιμών σε πίνακα (με αντικατάσταση αριθμητικών τιμών στον τύπο). Έμφαση θα πρέπει να δοθεί στη συμμεταβολή μεγεθών που οδηγεί στην έννοια της συνάρτησης, μέσα από παραδείγματα διαφορετικών συναρτήσεων.

Προτείνονται:
- Να ξεκινήσει η διδασκαλία της παραγράφου με την εφαρμογή 2 σ. 56 όπου θα εξηγηθούν οι έννοιες *συνάρτηση*, *πίνακας τιμών*.
- Στη συνέχεια μπορεί να γίνει η εφαρμογή 1 σ. 56 και να συζητηθεί η ερώτηση κατανόησης 3 της σελίδας 56.
- Ασκήσεις: 5, 6 σ. 57.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u>



Τα σχήματα απεικονίζουν πυραμίδες με βάση τρίγωνο, τετράπλευρο, πεντάγωνο και εξάγωνο.
Φανταστείτε ότι συνεχίζουμε να αυξάνουμε τον αριθμό των πλευρών της βάσης των πυραμίδων. Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:

πλευρές πολυγώνου βάσης (ν)	3	4	5	6
αριθμός κορυφών (Κ)				
αριθμός ακμών (Α)				
αριθμός εδρών (Ε)				

Μπορείτε να βρείτε τους αριθμούς Κ, Α και Ε για μια πυραμίδα που έχει ως βάση:
α) 7-γωνο, β) 10–γωνο, γ) 27–γωνο;

Βρείτε τον αριθμό Κ+Ε–Α για καθεμιά από τις πυραμίδες. Τι παρατηρείτε; Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό;

[Σχόλιο: Μέσα από το γεωμετρικό πλαίσιο του προβλήματος δίνεται η δυνατότητα στους/στις μαθητές/-τριες να διερευνήσουν κανονικότητες (ακολουθίες), να βρουν το γενικό όρο και να δικαιολογήσουν τα συμπεράσματά τους. Επιπλέον, δίνεται η αφορμή για δημιουργία απλών αλγεβρικών παραστάσεων και αναγωγές ομοίων όρων (στο τελευταίο ερώτημα). Ενώ η εύρεση των Κ, Α και Ε για 7–γωνο και 10–γωνο είναι εύκολες αριθμητικές διαδικασίες που εξοικειώνουν με το πρόβλημα, τα υπόλοιπα ερωτήματα βοηθούν στην ανάδειξη της αξίας της άλγεβρας και ειδικότερα των συναρτήσεων. Επειδή το πεδίο ορισμού είναι οι φυσικοί, δηλαδή το πλαίσιο είναι διακριτό και όχι συνεχές, είναι πιο οικείο για τους/τις μαθητές/-τριες, συνεπώς μπορεί να αξιοποιηθεί για την εισαγωγή στις συναρτήσεις]

§3.2 (Να διατεθούν 5 ώρες)

Είναι η πρώτη φορά στο πλαίσιο των μαθηματικών που οι μαθητές/-τριες έρχονται σε επαφή με το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων και καλό είναι να υπάρξει μια εισαγωγική συζήτηση γι' αυτό ως τρόπου προσδιορισμού της θέσης.

Η έμφαση κατά τη διδασκαλία της παραγράφου θα πρέπει να δοθεί στις πολλαπλές αναπαραστάσεις των συναρτήσεων: λεκτική, γεωμετρική (γραφική παράσταση), αριθμητική (πίνακας τιμών) και αλγεβρική (τύπος). Η εστίαση μόνο στον τύπο και τους αλγεβρικούς μετασχηματισμούς του δεν συμβάλλει στην κατανόηση της έννοιας της συνάρτησης. Αντίθετα, η εμπλοκή όλων των αναπαραστάσεων και η ανάπτυξη της ικανότητας μεταφράσεων μεταξύ τους είναι σημαντικός στόχος. Έτσι, καλό είναι να δοθούν ασκήσεις και προβλήματα με γραφικές παραστάσεις τις οποίες θα πρέπει οι μαθητές/-τριες να "διαβάσουν" για να βρουν ποιες τιμές του y αντιστοιχούν σε δεδομένες τιμές του x και αντιστρόφως. Τέτοιες είναι η ερώτηση 5, η καμπύλη θερμοκρασίας ενός τόπου (βλ. παρακάτω ενδεικτική δραστηριότητα) και άλλες που μπορούν να αναζητηθούν στο διαδίκτυο.

Επίσης, επειδή μια συχνή παρανόηση είναι ότι όλα τα συμμεταβαλλόμενα ποσά είναι ανάλογα (ή και αντιστρόφως ανάλογα), είναι σημαντική η ανάδειξη συναρτήσεων (και αντίστοιχων συμμεταβαλλόμενων ποσών) που δεν αντιστοιχούν σε ποσά ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα. Για παράδειγμα, προτείνεται να συζητηθεί η άσκηση 10 κατάλληλα εμπλουτισμένη ώστε να φανεί η περίπτωση της τετραγωνικής συνάρτησης (θα μπορούσε να ζητηθεί η απόσταση για 5 και 10 s και να συζητηθεί η γραφική παράσταση).

Στην παράγραφο αυτή συνιστάται η χρήση χιλιοστομετρικού χαρτιού.

Προτείνονται τα ακόλουθα περιεχόμενα κατά σειρά:

- Δραστηριότητα 1 σ. 58
- Εφαρμογές 1, 2, 3 σ. 62-63. Στην εφαρμογή 3 ο τύπος της απόστασης δύο σημείων δεν χρειάζεται να απομνημονευτεί. Οι εφαρμογές 2, 3 νοηματοδοτούν γεωμετρικά τις συντεταγμένες και τις συνδέουν με βασικές έννοιες (συμμετρία, απόσταση, Πυθαγόρειο Θεώρημα).
- Δραστηριότητα 2 σ. 60. Επισημαίνεται ότι μπορεί να αξιοποιηθεί η συμμετρία για την επιλογή τιμών και οικονομία στους υπολογισμούς.
- Με καθοδήγηση-συντονισμό του/της διδάσκοντος/ουσας μπορούν να γίνουν στην τάξη οι ερωτήσεις κατανόησης 1, 2, σ. 65.
- Εφαρμογή 4 της σ. 63.
- Για να μη μείνουν οι μαθητές/-ήτριες με την εσφαλμένη εντύπωση ότι μερικές τιμές μπορούν, χωρίς άλλες πληροφορίες να οδηγήσουν στον προσδιορισμό μιας συνάρτησης και της γραφικής της παράστασης μπορεί να γίνει η ακόλουθη δραστηριότητα: Οι τιμές μια συνάρτησης δίνονται από τον πίνακα:

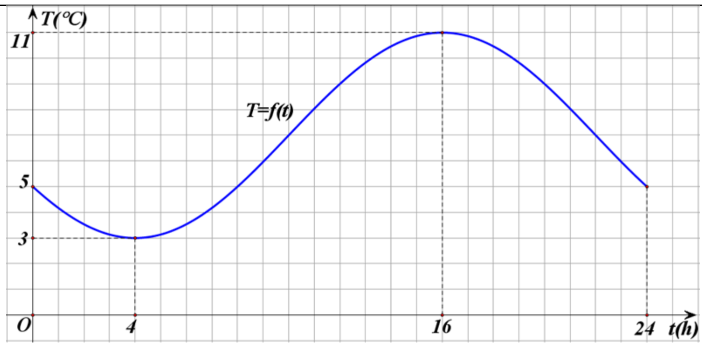
x	1	2	3
y	1	2	3

Α) Να κάνετε την γραφική της παράσταση.

Β) Ποια είναι η τιμή του *y* για *x=4.* Επαληθεύει η συνάρτηση *y=x* τον παραπάνω πίνακα τιμών; Μπορούμε να πούμε το ίδιο για την συνάρτηση y=x+(x-1)(x-2)(x-3);

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1^{η}:</u>

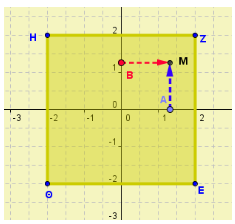
Η παρακάτω γραφική παράσταση δείχνει τη θερμοκρασία Τ (σε βαθμούς Κελσίου) ενός τόπου κατά τη διάρκεια ενός 24ώρου.



α) Ποια είναι η ελάχιστη και ποια η μέγιστη θερμοκρασία; Ποια ώρα του 24ώρου συμβαίνουν; Ποια σημεία της γραφικής παράστασης δείχνουν την ελάχιστη και τη μέγιστη θερμοκρασία;
β) Ποια είναι η θερμοκρασία στις 2 τη νύχτα, στις 2 το μεσημέρι και στις 11 το βράδυ; Ποια ώρα η θερμοκρασία είναι 6^{o}C;
γ) Τι εκφράζει με βάση το πρόβλημα το σημείο (20,9) της γραφικής παράστασης;
δ) Ποιες άλλες πληροφορίες μπορούμε να αντλήσουμε από αυτή τη γραφική παράσταση;
[Σχόλιο: Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η ερμηνεία της γραφικής παράστασης. Το πρόβλημα και η εξοικείωση των μαθητών/-τριών με τέτοιου είδους εικόνες από την καθημερινή και τη σχολική τους ζωή, αναμένεται να διαμορφώσουν ένα πρόσφορο πλαίσιο για τη διερεύνηση εννοιών όπως γραφική παράσταση, ανεξάρτητη και εξαρτημένη μεταβλητή, διατεταγμένο ζεύγος και (χωρίς τη χρήση της ορολογίας) πεδίο ορισμού και σύνολο τιμών.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2^{η}:
Για τις συναρτήσεις με τύπους: $y_1 = 5 + 2x$, $y_2 = x^2$ και $y_3 = 2^x$, κατασκευάστε πίνακες τιμών για τις τιμές 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 του x. Εξετάστε τον τρόπο που αυξάνεται το y_1 όταν το x αυξάνεται κατά μια μονάδα (από το 0 στο 1, από το 1 στο 2, από το 2 στο 3 κ.ο.κ.). Κάνετε το ίδιο για το y_2 και το y_3. Τι παρατηρείτε;
Σχεδιάστε τις γραφικές παραστάσεις των τριών συναρτήσεων. Με ποιον τρόπο οι προηγούμενες παρατηρήσεις σας (για τον «ρυθμό αύξησης» των y) φαίνονται στις γραφικές παραστάσεις;
[Σχόλιο: Μέσα από τη σύγκριση διαφορετικών συναρτήσεων οι μαθητές/-ήτριες μπορούν να αντλήσουν συμπεράσματα για το ρυθμό μεταβολής (σταθερός για την ευθεία και μη σταθερός για την τετραγωνική και την εκθετική συνάρτηση) και να συνδέσουν αυτά τα συμπεράσματα με τη μορφή των γραφικών παραστάσεων (ευθεία ή καμπύλη)]

Ενδεικτική δραστηριότητα 3^{η}:
Η εισαγωγή στην έννοια της απεικόνισης σημείων στο καρτεσιανό επίπεδο προτείνεται να μελετηθεί με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το μικροπείραμα «Δραστηριότητες με συντεταγμένες» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2024



§3.3 (Να διατεθούν 4 ώρες)
Το σχόλιο 1 της §2.1 του Β΄ Μέρους (σ. 137) να αναφερθεί στη διδασκαλία της παραγράφου αυτής.

Προτείνονται**:**

- Δραστηριότητα 1 σ. 67.
- Να αναδειχθεί για τα ανάλογα ποσά το κριτήριο y/x = σταθ.
- Δραστηριότητα 2 σ. 68
- Εφαρμογές 1, 2, 3, 4 σ. 69
- Ασκήσεις 1, 2, 3, 4, 8 σ. 71.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:

Το 60% της μάζας του μοσχαρίσιου κρέατος είναι νερό. Με βάση αυτή την πληροφορία συμπληρώστε τον πίνακα:

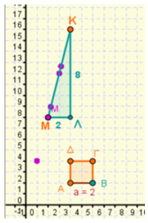
μάζα κρέατος σε Kg (x)	2	6	8		20	
μάζα νερού σε Kg (y)				6		

Είναι η "μάζα κρέατος" (x) και η "μάζα νερού" (y) ποσά ανάλογα; Ποια σχέση συνδέει τα δύο ποσά; Ποιες τιμές μπορεί να πάρει η μεταβλητή x; Κατασκευάστε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης, περιγράψτε και εξηγήστε τα χαρακτηριστικά της (πχ. το σχήμα της, κάποια σημεία της κ.λπ.).

[Σχόλιο: Μέσα από ένα ρεαλιστικό πλαίσιο εισάγεται η γραμμική συνάρτηση και συζητούνται τα χαρακτηριστικά της]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:

Η δραστηριότητα 1 του σχολικού βιβλίου προτείνεται να διερευνηθεί με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, με το μικροπείραμα «Συναρτησιακή σχέση πλευράς τετραγώνου και περιμέτρου του» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2178



Ενδεικτική δραστηριότητα 3η:

Στη φωτογραφία βλέπετε τις πατημασιές κάποιου άνδρα. Η απόσταση από τη φτέρνα της μίας πατημασιάς μέχρι τη φτέρνα της άλλης αποτελεί το μήκος ενός βήματος, το οποίο ονομάζουμε P. Ο βηματισμός των ανδρών εκφράζεται από τον τύπο $\frac{v}{P} = 140$. Ο τύπος δείχνει κατά προσέγγιση τη σχέση ανάμεσα στο v και στο P, όπου

v = το πλήθος των βημάτων που κάνει ένας άνδρας ανά λεπτό, και

P = το μήκος σε μέτρα (m) του βήματος του άνδρα.

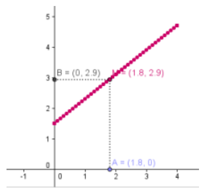
Ερώτηση 1: Ο Γιάννης κάνει 70 βήματα ανά λεπτό. Ποιο είναι το μήκος του βήματός του; Υπολογίστε, χρησιμοποιώντας τον παραπάνω τύπο. Να γράψετε τους υπολογισμούς σας.

Ερώτηση 2: Το μήκος βήματος του Θανάση είναι 0,80 μέτρα. Να υπολογίσετε την ταχύτητα βαδίσματος του Θανάση, σε μέτρα ανά λεπτό και σε χιλιόμετρα ανά ώρα, χρησιμοποιώντας τον προηγούμενο τύπο. Να γράψετε τους υπολογισμούς σας.

Πηγή: Θέμα «Βηματισμός», PISA 2003
https://www.iep.edu.gr/pisa/index.php/examples/themata-mathimatikon

§3.4 (Να διατεθούν 4 ώρες)
Να μη διδαχθούν οι υποπαράγραφοι «η εξίσωση $\alpha x + \beta y = \gamma$ » και «σημεία τομής της ευθείας $\alpha x + \beta y = \gamma$ με τους άξονες» και οι αντίστοιχες ερωτήσεις κατανόησης και ασκήσεις.
Να δοθεί έμφαση σε προβλήματα που μοντελοποιούνται με γραμμικές συναρτήσεις και σε ερωτήματα που οδηγούν σε εξίσωση και μπορούν να λυθούν μέσω αναπαραστάσεων της συνάρτησης (δηλαδή είτε με πίνακα τιμών, είτε με γραφική ή γραφικές παραστάσεις, είτε με τους τύπους που οδηγούν σε εξίσωση). Για παράδειγμα, η άσκηση 5 θα μπορούσε να εμπλουτιστεί με τα εξής ερωτήματα: Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης και χρησιμοποιήστε την για να βρείτε α) το ποσό που θα πληρώσουμε για 15 χλμ., β) τη διαδρομή που θα κάνουμε με 10 ευρώ.

Προτείνονται:
- Δραστηριότητα 1 σ. 72
- Εφαρμογή 1 σ. 74
- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2, 3 σ. 76-77
- Ασκήσεις 3, 4, 2, 9 (οι ασκήσεις 2 & 9 μας προετοιμάζουν για συναρτήσεις όπου η ανεξάρτητη μεταβλητή *x* δεν παίρνει όλες τις πραγματικές τιμές).



Ενδεικτική δραστηριότητα:
Η άσκηση 5 του σχολικού βιβλίου προτείνεται να διερευνηθεί με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, με το μικροπείραμα «Κόστος χρήσης του ταξί» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2121

§3.5 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να δοθεί έμφαση σε προβλήματα που μοντελοποιούνται με τη συνάρτηση $y = \frac{\alpha}{x}$ και σε ερωτήματα που οδηγούν σε εξίσωση και ανίσωση οι οποίες μπορούν να λυθούν μέσω αναπαραστάσεων της συνάρτησης (δηλαδή είτε με πίνακα τιμών, είτε με γραφική ή γραφικές παραστάσεις, είτε με τους τύπους που οδηγούν σε εξίσωση ή ανίσωση). Τέτοια προβλήματα είναι οι ασκήσεις 4, 5.

Προτείνονται:
- Δραστηριότητα 1 σ. 79
- Δραστηριότητα 2 σ. 80
- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 3 σ. 81
- Ασκήσεις 4 και 5 σ. 82

Ενδεικτική δραστηριότητα:
Για ένα ορθογώνιο οικόπεδο γνωρίζουμε ότι έχει εμβαδόν $240m^2$, αλλά δεν γνωρίζουμε τις διαστάσεις του.
Αν το μήκος είναι 20m, πόσο είναι το πλάτος του; Πόσο μεγάλο και πόσο μικρό μπορεί να είναι το μήκος; Να εξετάσετε αν οι διαστάσεις του είναι ανάλογα ποσά.
Αν το μήκος είναι x και το πλάτος ψ μπορείτε να εκφράσετε το ψ ως συνάρτηση του x; Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης. Από τη γραφική παράσταση μπορείτε να προσδιορίσετε τις διαστάσεις, ώστε το οικόπεδο να είναι τετράγωνο;
[Σχόλιο: Με το πρόβλημα αυτό γίνεται εισαγωγή στην υπερβολή και τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά μέσα από αριθμητικά δεδομένα, τον τύπο και τη γραφικά παράσταση

συγχρόνως. Αναμένεται οι μαθητές/-τριες μέσα από τη διερεύνησή τους να καταλήξουν στα κυριότερα συμπεράσματα σχετικά με την υπερβολή]

Κεφάλαιο 4ο (Να διατεθούν 8 ώρες)
Οι μαθητές/-τριες έχουν, ήδη, επεξεργαστεί στο Δημοτικό σχολείο δεδομένα (ταξινόμηση, αναπαράσταση δεδομένων και υπολογισμό του μέσου όρου) και έχουν εμπειρίες από γραφικές αναπαραστάσεις δεδομένων. Το νέο στο κεφάλαιο αυτό είναι οι έννοιες του πληθυσμού, του δείγματος και της διαμέσου. Στο κεφάλαιο αυτό θα μπορούσαν οι ίδιοι/-ες οι μαθητές/-τριες να εμπλακούν στη συλλογή και επεξεργασία δεδομένων καθώς και στην ερμηνεία γραφικών παραστάσεων αναφορικά με θέματα που ενδιαφέρουν τους/τις ίδιους/-ες.

§§4.1, 4.2 και 4.5 (Να διατεθούν 8 ώρες)
Να μη διδαχθεί η υποπαράγραφος «μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής» και οι ασκήσεις 6, 7 και 8 της παραγράφου 4.5. Επιπλέον, επειδή η κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων δεν περιλαμβάνεται στη διδακτέα ύλη, πρέπει να γίνει κατάλληλη επιλογή των ασκήσεων.
Αντίθετα, πρέπει να δοθεί έμφαση στην ερμηνεία της μέσης τιμής και της διαμέσου καθώς και στη σύγκριση μεταξύ των δύο αυτών μέτρων θέσης.

Τονίζεται ότι τι κεφάλαιο της Στατιστικής προσφέρεται για:
- *εκπόνηση συνθετικών δημιουργικών εργασιών.*
- *ως εργαλείο για συνθετικές δημιουργικές εργασίες άλλων μαθημάτων.*

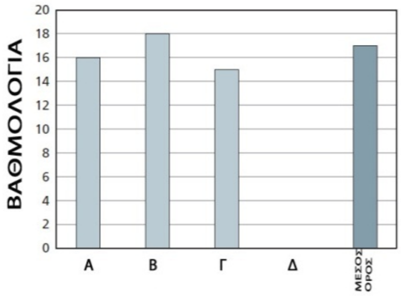
Προτείνονται:
- Δραστηριότητα 1 σ. 85. Με αφορμή το ερώτημα γ) μπορεί να συζητηθεί η σημασία επιλογής του δείγματος.
- Οι έννοιες πληθυσμός, μεταβλητή, δείγμα, δειγματοληψία, δημοσκόπηση, μέγεθος δείγματος, αντιπροσωπευτικότητα μπορούν να εξηγηθούν αλλά δεν αποτελούν ορισμούς για γραπτή η προφορική εξέταση (ερώτηση κατανόησης σελίδας 87).
- Άσκηση 9 σ. 88. Μπορεί να αποτελέσει την βάση για μια μικροέρευνα στην διεξαγωγή της οποίας μετέχει όλο το τμήμα. Μπορεί επίσης να αξιοποιηθεί για τη διδασκαλία της παραγράφου 4.2.
- Δραστηριότητα 1 σ. 89.
- Αφού συζητηθούν τα διαγράμματα μπορεί, εφ’ όσον υπάρχει η δυνατότητα, να χρησιμοποιηθεί και λογιστικό φύλλο για την κατασκευή κάποιων από αυτά.
- Ερώτηση κατανόησης 2 σ. 93 (η οποία υποδεικνύει την ανάκτηση πληροφορίας από διαγράμματα και ανακαλεί την έννοια της αναλογίας).
- Ασκήσεις 1, 2 και 4 σελ. 94
- Δραστηριότητα 1 σ. 104
- Στη συνέχεια να γίνει η δραστηριότητα 2 της σ. 104 αφού αναδιατυπωθεί ως εξής:

Οι μηνιαίες αποδοχές εννέα εργαζομένων μιας επιχείρησης είναι (σε ευρώ):
700, 600, 2900, 950, 700, 800, 700, 2100, 900
α) Να βρείτε τη μέση τιμή των αποδοχών των εργαζομένων.
β) Να διατάξετε τους μισθούς (αποδοχές) κατά αύξουσα σειρά.
γ) Να βρείτε το «μεσαίο» μισθό.
δ) Να συγκρίνετε τον «μεσαίο» μισθό με την μέση τιμή. Να συζητηθεί το αποτέλεσμα της σύγκρισης.

- Άσκηση 4. σ. 109

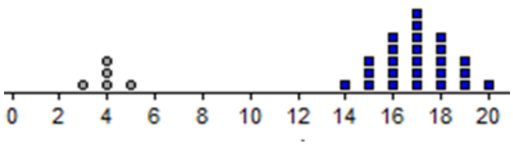
- Επίσης να δοθεί σαν άσκηση η εύρεση της μέσης τιμής και της διαμέσου των παρακάτω δειγμάτων:
  - 2, 2, 6, 10, 10
  - 2, 4, 6, 8, 10

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:</u>



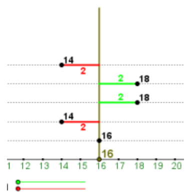
Η Μαρία έχει γράψει στα Μαθηματικά τέσσερα τεστ. Το ραβδόγραμμα παρουσιάζει την βαθμολογία της στα τεστ Α, Β και Γ καθώς επίσης και τον μέσο όρο όλων των τεστ (η τελευταία σκούρα ράβδος).
α) Να σχεδιάσετε πάνω στο ίδιο διάγραμμα και δίπλα στη βαθμολογία της Μαρίας, τη βαθμολογία που έχει σε κάθε τεστ ένας άλλος μαθητής ο Γιάννης, αν γνωρίζετε ότι: οι βαθμοί του και στα τέσσερα τεστ ήταν ίσοι μεταξύ τους και ο Γιάννης και η Μαρία έχουν τον ίδιο μέσο όρο.
β) Με βάση το νέο διάγραμμα που φτιάξατε, μπορείτε να σχεδιάσετε την βαθμολογία που έχει η Μαρία στο τεστ Δ; Εξηγήστε τον τρόπο που σκεφτήκατε.
[Σχόλιο: Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η ανάδειξη της έννοιας της μέσης τιμής ως «δίκαιη μοιρασιά». Δεν είναι στόχος η αλγεβρική εύρεση της μέσης τιμής, εξάλλου αυτή η δραστηριότητα θα μπορούσε να γίνει ως εισαγωγή στη μέση τιμή. Αρκετές πληροφορίες για τη διδασκαλία των στοχαστικών μαθηματικών στο Γυμνάσιο μπορούν να αντληθούν από τον οδηγό του/της εκπαιδευτικού των προγραμμάτων σπουδών που είναι συμπληρωματικά προς τα ισχύοντα (στην ιστοσελίδα http://ebooks.edu.gr/new/ps.php)]

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:</u>



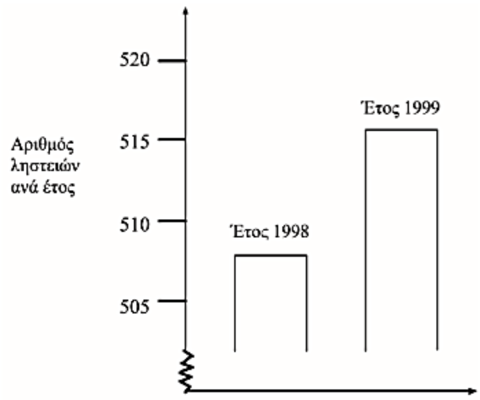
Σε μία τάξη 30 μαθητών/-τριών οι μαθητές/-τριες έχουν γράψει τεστ και οι βαθμολογίες τους είναι όπως δείχνει το παρακάτω σημειόγραμμα. Για παράδειγμα, τρεις μαθητές/-τριες απ' όλη την τάξη έχουν γράψει 15 και ένας/μία μαθητής/-τρια μόνον έχει γράψει 20.
α) Προτείνετε τρόπους με τους οποίους θα προσδιοριστεί η μέση τιμή της βαθμολογίας της ομάδας Α (γκρι κυκλάκια στο διάγραμμα), που για διάφορους λόγους είχε χαμηλή βαθμολογία στο τεστ. Ομοίως για την μέση τιμή της βαθμολογίας της ομάδας Β (μπλε τετραγωνάκια στο διάγραμμα)
β) Προτείνετε τρόπους για τον προσδιορισμό της μέσης τιμής της βαθμολογίας για όλη την τάξη στο τεστ αυτό.
[Σχόλιο: Οι μαθητές/-τριες διερευνούν το παρακάτω πρόβλημα και προσπαθούν να το αντιμετωπίσουν με πολλούς και διαφορετικούς τρόπους. Ο στόχος είναι η διαμόρφωση καλύτερης κατανόησης της μέσης τιμής, του τι εκφράζει και των τρόπων που μπορεί να υπολογιστεί]

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 3η:</u>



Για εμβάθυνση στις έννοιες της μέσης τιμής και της διαμέσου, προτείνεται να διερευνηθούν μέσω αναπαραστάσεών τους, με το μικροπείραμα «Ο βαθμός της Έλενας» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5329

Ενδεικτική δραστηριότητα 4η:
Σε ένα τηλεοπτικό κανάλι, ένας δημοσιογράφος σχολίασε την παρακάτω γραφική παράσταση ως εξής:
«Η γραφική παράσταση δείχνει ότι σημειώθηκε τεράστια αύξηση στον αριθμό των ληστειών από το έτος 1998 μέχρι το έτος 1999».
Νομίζετε ότι ο δημοσιογράφος ερμήνευσε σωστά την παρακάτω γραφική παράσταση; Να γράψετε ένα επιχείρημα που να τεκμηριώνει την απάντησή σας.



Πηγή: Θέμα «Ληστείες», PISA 2000, 2003, 2006
https://www.iep.edu.gr/pisa/index.php/examples/themata-mathimatikon

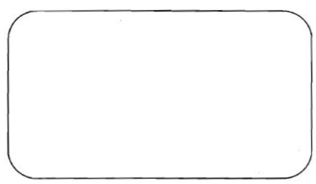
ΜΕΡΟΣ Β΄

Προτείνεται να διατεθούν ώρες για επανάληψη από την Α΄ Γυμνασίου (4 ώρες) σε έννοιες και σχέσεις της γεωμετρίας, όπως η μεσοκάθετος, η σχέση γωνιών που σχηματίζονται από ευθεία που τέμνει δύο παράλληλες, τα είδη τριγώνων και το άθροισμα γωνιών τριγώνου, τα παραλληλόγραμμα και τα είδη παραλληλογράμμων.

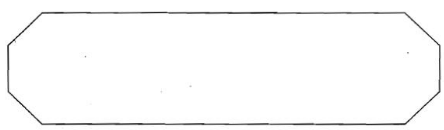
Κεφάλαιο 1ο (Να διατεθούν 14 διδακτικές ώρες)
§1.1 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)
Η συγκεκριμένη ενότητα έχει μεγάλη σημασία για την ανάπτυξη των εννοιών που ακολουθούν στις επόμενες παραγράφους.
Απαραίτητα στοιχεία που πρέπει να κατανοηθούν από τους/τις μαθητές/-τριες πριν περάσουν αργότερα στους τύπους υπολογισμού των εμβαδών γεωμετρικών σχημάτων καθώς και στις μετατροπές μονάδων είναι τα εξής:

- ✓ Η σύγκριση επιφανειών (πολυγωνικών και μη) μέσα από διαφορετικές διαδικασίες (επικάλυψη, διαίρεση, σύνθεση κ.λπ.).
- ✓ Η έννοια της διατήρησης της επιφάνειας.
- ✓ Η διαφοροποίηση ανάμεσα στο γεωμετρικό μέγεθος (επιφάνεια) και στη μέτρησή του (εμβαδόν).
- ✓ Η έννοια της μονάδας μέτρησης (άτυπη ή τυποποιημένη), η επιλογή της κατάλληλης μονάδας, η χρήση της για την επικάλυψη μιας επιφάνειας και η σύμβαση της χρήσης της τετραγωνικής μονάδας.
- ✓ Η διάκριση ανάμεσα στη μέτρηση της επιφάνειας (εμβαδόν) από τις μετρήσεις άλλων μεγεθών (π.χ. τμήματα και τα μήκη τους ή η περίμετρος και το μήκος της).
- ✓ Η προσεγγιστική φύση της διαδικασίας της μέτρησης.

ΣΧΗΜΑ 1



ΣΧΗΜΑ 2



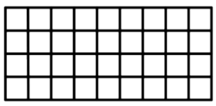
- ✓ Ο τρόπος μεταβολής του εμβαδού όταν χρησιμοποιούμε πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια μιας αρχικής μονάδας.

Για παράδειγμα: Η σύγκριση των επιφανειών των διπλανών σχημάτων, η εύρεση διαφορετικών τρόπων σύγκρισης, η προσπάθεια υπολογισμού της σχέσης που έχουν (π.χ. πόσο μεγαλύτερη είναι η μία σε σχέση με την άλλη) κτλ., συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση κάποιων εννοιών.

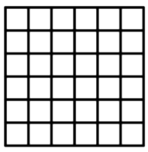
Για τις δυσκολίες των μαθητών/-τριών σχετικά με την έννοια της μέτρησης, βλέπε http://ebooks.edu.gr/new/ps.php, στο 2. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣ ΤΑ ΙΣΧΥΟΝΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΠΟΥΔΩΝ/ Β. Οδηγοί για τον Εκπαιδευτικό/ Επιστημονικό Πεδίο: Μαθηματικά/ Σελ 103.

Προτείνονται:

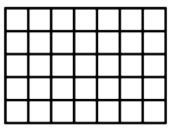
- Δραστηριότητα 1 σ. 113. Με την ευκαιρία της δραστηριότητας αυτής να τονιστεί:
  - Η προσθετική ιδιότητα του εμβαδού (το εμβαδόν της ένωσης δύο ή περισσοτέρων μη επικαλυπτόμενων χωρίων είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών τους).
  - Η τιμή του εμβαδού ενός σχήματος εξαρτάται από την επιλεγόμενη μονάδα μέτρησης.
- Μπορούν ακόμη να γίνουν τα παρακάτω παραδείγματα με τα οποία φαίνεται ότι γενικά το εμβαδόν δεν εξαρτάται από την περίμετρο.



Εμβαδόν: 36
Περίμετρος: 26



Εμβαδόν: 36
Περίμετρος: 24



Εμβαδόν: 35
Περίμετρος: 24

- Εφαρμογές 1, 2 σ. 114
- Άσκηση 3 σ. 116
- Για Διασκέδαση σ. 116

§1.2 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Οι μαθητές/-τριες γνωρίζουν από το Δημοτικό τις δεκαδικές μονάδες μέτρησης των επιφανειών και το νέο στοιχείο είναι ο διεθνής συμβολισμός τους. Η αισθητοποίηση της τυπικής μονάδας, των υποδιαιρέσεων και των πολλαπλάσιων αυτής, οι μεταξύ τους σχέσεις, καθώς επίσης η επιλογή της κατάλληλης μονάδας ανάλογα με την επιφάνεια που θέλουμε να μετρήσουμε (άσκηση 6 σελ. 118), συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση, απ' ό,τι μόνον η συνεχής εξάσκηση με ασκήσεις μετατροπής από την μία μονάδα μέτρησης σε άλλη.

Προτείνονται:

- Εφαρμογές 1, 2 σ. 117
- Ερώτηση κατανόησης 1 σελ. 117
- Ασκήσεις 1, 2, 6 σ. 118

§1.3 (Να διατεθούν 6 διδακτικές ώρες)
Το περιεχόμενο της ενότητας δεν είναι νέο για τους/τις μαθητές/-τριες.
Χρησιμοποιώντας ως βάση το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου αναπτύσσονται μέσα από μετασχηματισμούς το εμβαδόν των άλλων γεωμετρικών σχημάτων. Ο υπολογισμός του εμβαδού του ορθογωνίου παραλληλογράμμου γίνεται μέσα από τη μέτρηση των τετραγωνικών μονάδων που το επικαλύπτουν όπου το πλήθος τους εκφράζεται από το γινόμενο των διαστάσεων του ορθογωνίου.
Θα πρέπει να αντιμετωπιστούν επίσης δυσκολίες που έχουν οι μαθητές/-τριες[1], όπως ότι:

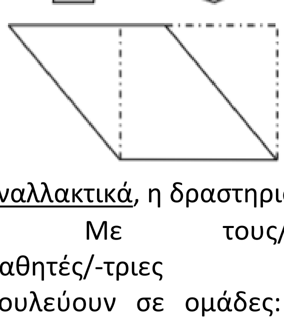
- ✓ Σχήματα με μεγαλύτερη περίμετρο έχουν μεγαλύτερο εμβαδό.
- ✓ Ο διπλασιασμός, τριπλασιασμός κτλ. των διαστάσεων διπλασιάζει, τριπλασιάζει κ.λπ. το εμβαδόν.
- ✓ Βάση (ή βάσεις) στα σχήματα, είναι μόνον η πλευρά (ή οι πλευρές) που έχει (ή έχουν) οριζόντιο προσανατολισμό.
- ✓ Ύψος του παραλληλογράμμου ή του τραπεζίου είναι μόνον αυτό που άγεται από μία κορυφή του ή αυτό που έχει κατακόρυφο προσανατολισμό.[2]

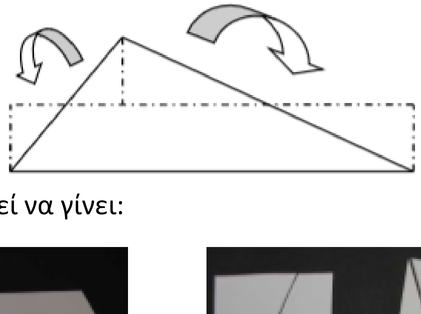
Ο υπολογισμός του εμβαδού γεωμετρικών σχημάτων με την εφαρμογή των τύπων υπολογισμού είναι σημαντικό να συνδέεται με το γεωμετρικό χειρισμό της έννοιας του εμβαδού (π.χ. μέσα από τη διαμέριση και σύνθεση γεωμετρικών σχημάτων). Γενικότερα η γεωμετρική συλλογιστική και η παράλληλη μετάφραση σε αλγεβρικές σχέσεις μπορεί να δώσει νόημα στις αλγεβρικές έννοιες και διαδικασίες.
Κατάλληλες δραστηριότητες με λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας ή applets που υπάρχουν στο διαδίκτυο, μπορεί να βοηθήσουν στην κατάκτηση των παραπάνω στόχων.

Προτείνονται**:**

- Εφαρμογή 1 σ. 121.
- Εφαρμογή 2 σ. 121. (Η εφαρμογή αυτή εφ' όσον το επιτρέπουν οι συνθήκες μπορεί να γίνει ως εφαρμογή εύρεσης εμβαδού μιας πραγματικής σχολικής αίθουσας).
- Εφαρμογές 4 , 5, 6 σ. 122.
- Ερώτηση κατανόησης 1 σ. 123.
- Ασκήσεις 3, 5 σ. 124.
- Ασκήσεις 7, 10 σ. 125.

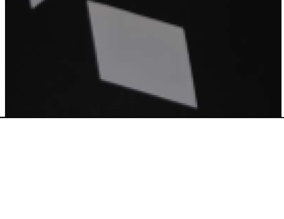
Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:
Προτείνεται να δοθούν στους/στις μαθητές/-τριες σχήματα όπως τα παρακάτω και με μετασχηματισμούς, που θα κάνουν με τη βοήθεια γεωμετρικών οργάνων, να διατυπώσουν και να αιτιολογήσουν τους αντίστοιχους τύπους εμβαδού. Παρακάτω φαίνεται και ένας από τους πολλούς τρόπους επίλυσης του προβλήματος.

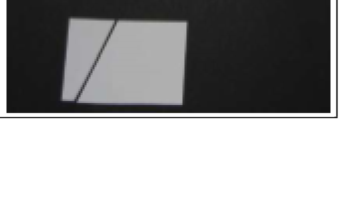




Εναλλακτικά, η δραστηριότητα αυτή μπορεί να γίνει:

- Με τους/τις μαθητές/-τριες να δουλεύουν σε ομάδες: Ο εκπαιδευτικός μοιράζει σε κάθε ομάδα 2-3 ίσα μη ορθογώνια παραλληλόγραμμα από





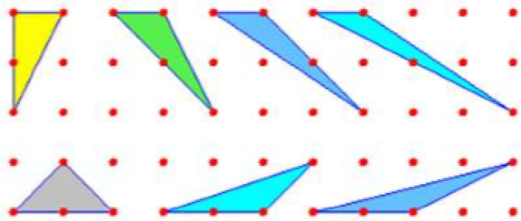
χαρτί. Οι μαθητές/-τριες προσπαθούν να βρουν τρόπο να κόψουν, με ψαλίδι, τα παραλληλόγραμμα και να τα μετασχηματίσουν σε ορθογώνια με το ίδιο εμβαδόν με τα αρχικά παραλληλόγραμμα. Στόχος είναι η συνειδητοποίηση από τους/τις μαθητές/-τριες της ανάγκης χάραξης κάθετης προς το ένα ζεύγος παράλληλων πλευρών (βλέπε την παρακάτω εικόνα).

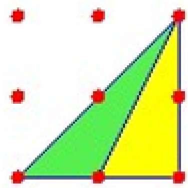
✓ Με χρήση τετραγωνισμένου χαρτιού, που τα τετραγωνάκια να παίξουν το ρόλο άτυπων μονάδων μέτρησης εμβαδού.

✓ Με χρήση λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2η</u>:

Οι μαθητές/-τριες χρησιμοποιούν χαρτί με διάστικτους καμβάδες που το έχουν χωρίσει σε περιοχές 5 Χ 5 σημείων. Σχεδιάζουν όσο το δυνατόν περισσότερα τρίγωνα των οποίων οι κορυφές είναι σημεία του καμβά, εμβαδού 1 τ.μ., τα οποία να μην είναι ίσα μεταξύ τους και δικαιολογούν γιατί τα τρίγωνα που σχεδίασαν ικανοποιούν τις συνθήκες του προβλήματος (οι αιτιολογήσεις τους για την διαφορετικότητα των τριγώνων μπορούν να βασίζονται στους μετασχηματισμούς των σχημάτων, που τους είναι γνωστοί από το Δημοτικό, βλέπε τις παρακάτω εικόνες).





✓ Αναζητούν ανάμεσα στα τρίγωνα αυτό που έχει την μικρότερη και την μεγαλύτερη περίμετρο και δικαιολογούν την επιλογή τους.

✓ Συζητούν για τις μεθόδους που ακολούθησαν για να προσδιορίσουν όλα τα τρίγωνα, αν θα μπορούσε η μέθοδός τους να επεκταθεί σε έναν μεγαλύτερο καμβά και τι θα συνέβαινε τότε με την περίμετρο και το εμβαδό των τριγώνων.

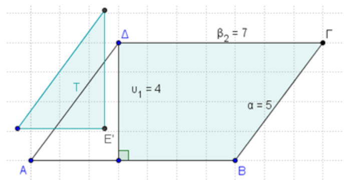
✓ Επίσης συζητούν για το που θα κινείται η τρίτη κορυφή του τριγώνου (χωρίς τους περιορισμούς να είναι σημείο του καμβά ή τα τρίγωνα να είναι διαφορετικά), όταν τα τρίγωνα τοποθετηθούν έτσι ώστε να έχουν κοινή βάση.

✓ Με αφορμή τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματα τους γενικεύουν για τρίγωνα που έχουν κοινή βάση (ή ίσες βάσεις) και η τρίτη κορυφή κινείται σε ευθεία παράλληλη προς την βάση.

✓ Επίσης με κατάλληλη τοποθέτηση των τριγώνων, κατά τη σύγκριση των περιμέτρων και αντίστοιχες διερευνήσεις, μπορούν να εξάγουν συμπεράσματα σχετικά με τον χωρισμό ενός τρίγωνου σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα από την διάμεσο.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 3η</u>:

Για καλύτερη κατανόηση των εννοιών, προτείνεται να χρησιμοποιηθούν ψηφιακά εργαλεία, όπως το μικροπείραμα «Εμβαδόν παραλληλογράμμου» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:



[1] Η άρση των δυσκολιών των μαθητών/-τριών είναι μια αργή και δύσκολη διαδικασία. Μπορεί να προκληθεί μέσα από την ενεργητική συμμετοχή τους σε ένα κατάλληλο διδακτικό περιβάλλον, το οποίο θα τους οδηγεί στις απαραίτητες γνωστικές συγκρούσεις και όχι μόνον μέσα από την παράθεση της ορθής άποψης – γνώσης.

[2] Ο προσανατολισμός με τον οποίο παρουσιάζονται τα σχήματα στα βιβλία, αλλά και οι παραστάσεις που έχουν από το περιβάλλον στην καθημερινή τους ζωή, συμβάλουν σε αυτές τις δυσκολίες. Η έκθεσή τους σε σχήματα με ασυνήθιστο προσανατολισμό ή σχήματα «μακρόστενα» (π.χ. τρίγωνα με σημαντικά

http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5573

Ενδεικτική δραστηριότητα 4η:
Ο Νίκος θέλει να στρώσει με πλάκες τη βεράντα του καινούργιου του σπιτιού, που είναι σχήματος ορθογωνίου. Η βεράντα έχει μήκος 5,25 μέτρα και πλάτος 3,00 μέτρα. Για τη δουλειά αυτή, ο Νίκος θα χρειαστεί 81 πλάκες για κάθε τετραγωνικό μέτρο. Υπολογίστε πόσες πλάκες θα χρειαστεί ο Νίκος, για να στρώσει ολόκληρη τη βεράντα.

Πηγή: Θέμα «Βεράντα», PISA 2003
https://www.iep.edu.gr/pisa/index.php/examples/themata-mathimatikon

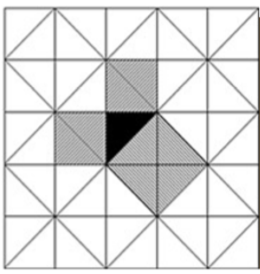
§1.4 (Να διατεθούν 4 διδακτικές ώρες)
Μπορεί να γίνει κατάλληλος προγραμματισμός ώστε μετά την ολοκλήρωση της διδασκαλίας της ενότητας να ακολουθήσει η διδασκαλία της §2.1 της Άλγεβρας (τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού). Χρειάζεται να δοθεί έμφαση και στη σχέση εμβαδών και όχι μόνο πλευρών που εκφράζει το θεώρημα (ασκήσεις 1, 4, 5 και ενδεικτική δραστηριότητα 1).
Επισημαίνονται τρεις διαφορετικές οπτικές-χρήσεις του Πυθαγορείου Θεωρήματος και του αντίστροφού του, που είναι σκόπιμο οι μαθητές/-τριες να αναγνωρίζουν:

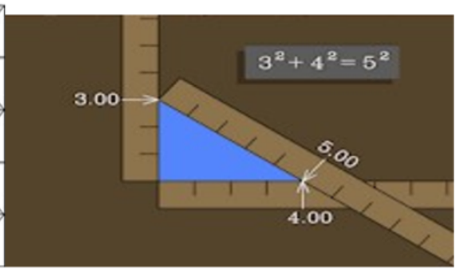
- ✓ Η ανάδειξη της σχέσης εμβαδών τετραγώνων που κατασκευάζονται στις πλευρές ορθογωνίου τριγώνου.
- ✓ Ο υπολογισμός αποστάσεων.
- ✓ Ο έλεγχος αν μια γωνία είναι ορθή.

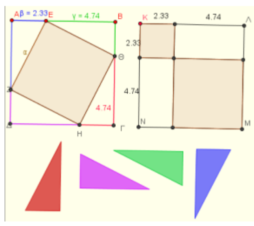
Προτείνονται:

- Δραστηριότητα 1 σ. 127
- Εφαρμογές 1, 2, 3, 4, σ. 128-129
- Ασκήσεις 1, 3, 4, 5, 7, 8 σ. 130-131

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:
Οι μαθητές/-τριες κατασκευάζουν τετράγωνα στις πλευρές ενός ορθογωνίου ισοσκελούς τριγώνου (βλ. το διακοσμητικό μοτίβο στο σχήμα αριστερά) και χρησιμοποιώντας ως μονάδα μέτρησης εμβαδού το ίδιο το ορθογώνιο τρίγωνο επαληθεύουν τη σχέση του Πυθαγόρειου θεωρήματος.
Στη συνέχεια επαληθεύουν τη σχέση αυτή στο ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές μήκους 3cm και 4cm και υποτείνουσα μήκους 5cm.







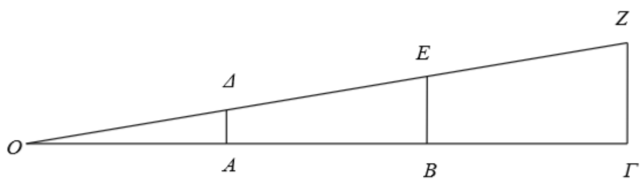
μικρότερη την μία πλευρά σε σχέση με τις άλλες) κ.λπ. μπορεί να συμβάλλει, κατά ένα μέρος, στην κατεύθυνση αντιμετώπισης αυτών των δυσκολιών.

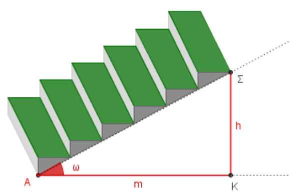
<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2η</u> :Για την απόδειξη του Πυθαγορείου Θεωρήματος προτείνεται να χρησιμοποιηθούν ψηφιακά εργαλεία, όπως το μικροπείραμα «Μία απόδειξη του πυθαγορείου θεωρήματος» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2019

Κεφάλαιο 2ο (Να διατεθούν 8 διδακτικές ώρες)
§2.1 (Να διατεθούν 4 διδακτικές ώρες)
Προτείνεται η διδασκαλία να γίνει με αφετηρία την ερμηνεία των πινακίδων οδικής κυκλοφορίας για την κλίση δρόμου και να γίνει μια πρώτη, εποπτική αναφορά στην έννοια της ομοιότητας τριγώνων και στην ανάγκη εισαγωγής τριγωνομετρικών αριθμών (βλ. ενδεικτική δραστηριότητα 1).
Το σχόλιο 1 (σελ. 137) που αναφέρεται στην κλίση μιας ευθείας, μπορεί να αναφερθεί και κατά τη διδασκαλία της §3.3 της Άλγεβρας.
Στην εφαρμογή 2 σελ. 138, χρειάζεται να επισημανθεί ότι για την κατασκευή μπορεί να χρησιμοποιηθούν οποιαδήποτε μήκη πλευρών αρκεί ο λόγος να είναι 1/5, και όχι μόνο τα μήκη 1 και 5. Στόχος είναι να αναδειχθεί ότι η εφαπτομένη μίας οξείας γωνίας ω είναι σταθερός ο λόγος της απέναντι κάθετης πλευράς προς την προσκείμενη κάθετη, οποιουδήποτε ορθογωνίου τριγώνου έχει οξεία γωνία την ω.

Προτείνονται**:**
- Δραστηριότητα 1 σ. 136
- Εφαρμογές 1, 2, 3 σ. 138-139
- Ερώτηση κατανόησης 4 σ. 65 του κεφαλαίου 3.2. της Άλγεβρας. Με αυτή είναι δυνατόν να συνδεθούν οι έννοιες της εφαπτομένης γωνίας, των συντεταγμένων και της κλίσης.
- Ερώτηση κατανόησης 2 σ. 140
- Ασκήσεις 1, 3, 5 σ. 140

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1η</u>:
Στο παρακάτω σχήμα, ζητείται από τους/τις μαθητές/-ήτριες να υπολογίζουν τους λόγους $\frac{ΑΔ}{ΟΑ}, \frac{ΒΕ}{ΟΒ}, \frac{ΓΖ}{ΟΓ}$. Οι μαθητές/-ήτριες διαπιστώνουν την ισότητα των λόγων και των γωνιών των τριών τριγώνων ΟΑΔ, ΟΒΕ, ΟΓΖ, εξετάζουν τη μορφή τους και αναζητούν ένα όρο για να εκφράσουν αυτή τη σχέση (μεγέθυνση, ομοιότητα).





<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2η</u>:
Για την κατανόηση των εννοιών της κλίσης και της εφαπτομένης γωνίας προτείνεται να χρησιμοποιηθούν ψηφιακά εργαλεία, όπως το μικροπείραμα «Εφαπτομένη οξείας γωνίας – Κατασκευή κλίμακας» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία: http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2004

§2.2 (Να διατεθούν 4 διδακτικές ώρες)

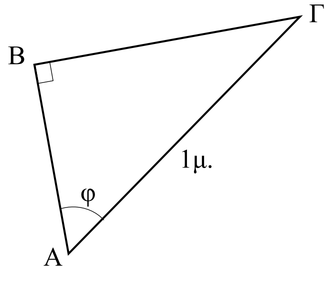
Να μην διδαχθεί η παρατήρηση β), σελ. 143 ($εφω = \frac{ημω}{συνω}$) και η άσκηση κατανόησης 4, γιατί είναι εκτός των στόχων του αναλυτικού προγράμματος και επιπλέον οι σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών της ίδιας γωνίας αναπτύσσονται διεξοδικά στην Γ΄ Γυμνασίου.
Η άσκηση 3γ της σελίδας 146 να παραλειφθεί, διότι χρησιμοποιεί μια άγνωστη για τους/τις μαθητές/-τριες ιδιότητα (πρόσθεση κατά μέλη ανισοτήτων).
Προτείνεται η χρήση υπολογιστή τσέπης (επιστημονικού ή απλού), κατά την λύση προβλημάτων ώστε να γίνει καλύτερη διαπραγμάτευση των εννοιών.
Στην εφαρμογή 2, να επισημανθεί ότι για την κατασκευή μπορεί να χρησιμοποιηθούν οποιαδήποτε μήκη πλευρών αρκεί ο λόγος να είναι $\frac{3}{5}$ και όχι μόνο τα μήκη 3 και 5. Επίσης προτείνεται να γίνει επιλογή ασκήσεων από την παράγραφο 2.3 και να αντιμετωπιστούν από τους/τις μαθητές/-τριες με χρήση του πίνακα τριγωνομετρικών αριθμών, που είναι στο τέλος του βιβλίου.

Προτείνονται**:**

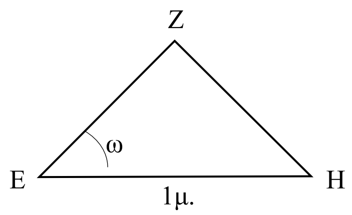
- Δραστηριότητα 1 σ. 142
- Εφαρμογές 1, 2 σ. 143-144
- Επίσης προτείνονται οι ακόλουθες εφαρμογές Α, Β, Γ:

Α - Για το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος, δίνεται ότι η υποτείνουσα ΑΓ έχει μήκος 1μ.

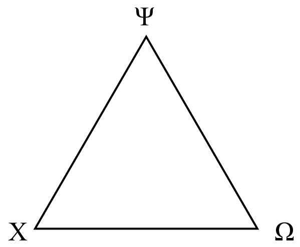
- Αν $ημφ = \frac{3}{5}$, τότε πόσο είναι το μήκος της πλευράς ΒΓ;
- Αν $ημφ = \frac{3}{5}$, τότε πόσο είναι το μήκος της πλευράς ΒΑ;
- Αν $ημφ = \frac{3}{5}$, τότε πόσο είναι το $συνφ$;
- Αν $ημφ = \frac{1}{3}$, τότε πόσο είναι το μήκος της πλευράς ΒΓ;
- Αν $συνφ = \frac{1}{3}$, τότε πόσο είναι το $ημφ$;



Β - Για το ισοσκελές τρίγωνο ΕΖΗ, του διπλανού σχήματος με ΕΖ=ΖΗ, δίνεται ότι ω = 45° και ΕΗ = 1μ. Μπορείτε να υπολογίσετε το ημ45°; Μπορείτε να υπολογίσετε το συν45°;



Γ - Στο διπλανό ισόπλευρο τρίγωνο ΧΨΩ, που όλες οι γωνίες του είναι ίσες με 60^o, το μήκος κάθε πλευράς είναι 1μ. Μπορείτε να υπολογίσετε το ημ60^o και το συν60^o; Σας βοηθά η απάντηση στα προηγούμενα ερωτήματα να υπολογίσετε τα ημ30^o και συν30^o; Προσπαθήστε το!



- Ασκήσεις 2, 4 σ. 146

Ενδεικτική δραστηριότητα:

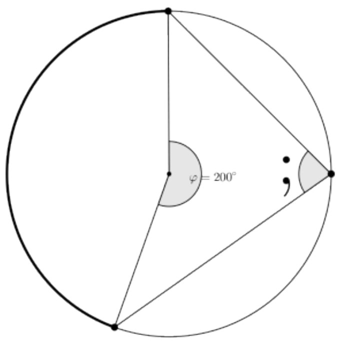
Με βάση μια φωτογραφία οι μαθητές/-τριες χαράσσουν γραμμές, μετρούν μήκη πάνω σε αντίγραφο της φωτογραφίας και κάνουν υπολογισμούς για να προσδιορίσουν προσεγγιστικά την κλίση του δρόμου. Μοντελοποιούν την κατάσταση για να βρουν το ύψος που κερδίζει ένας πεζός που ανεβαίνει την ανηφόρα για κάθε μέτρο που διανύει πάνω σ' αυτήν.

Κεφάλαιο 3ο (Να διατεθούν 13 διδακτικές ώρες)
§3.1 (Να διατεθούν 4 διδακτικές ώρες)

Λόγω πιθανών δυσκολιών που εμφανίστηκαν στην αντίστοιχη ενότητα της Α΄ Γυμνασίου, προτείνεται να υπενθυμίσει ο/η εκπαιδευτικός την έννοια της επίκεντρης γωνίας, τη σχέση επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου της καθώς και τη μέτρηση του τόξου της.

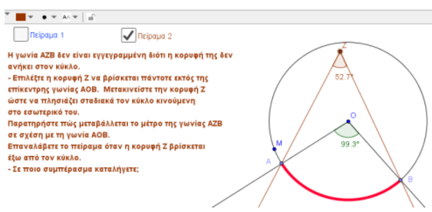
Προτείνονται:

- Να διδαχθεί η δραστηριότητα 1 σ. 175 και τα συμπεράσματά της σ. 176.
- Ασκήσεις 1, 2, 5, 8 σ. 178-179
- Να δοθεί και ένα παράδειγμα μη κυρτής επίκεντρης και να ζητηθεί το μέτρο της αντίστοιχης εγγεγραμμένης.



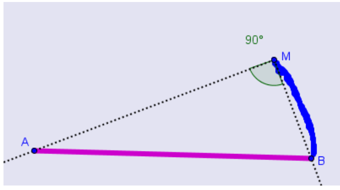
Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:

Για την διερεύνηση της σχέσης του μέτρου επίκεντρης και εγγεγραμμένης γωνίας προτείνεται το μικροπείραμα «Σχέση



εγγεγραμμένης και επίκεντρης γωνίας σε ένα κύκλο», από το Φωτόδεντρο.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1986

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η: Για την κατανόηση της έννοιας της εγγεγραμμένης γωνίας προτείνεται να χρησιμοποιηθούν ψηφιακά εργαλεία, όπως το μικροπείραμα «Γωνίες στο αμφιθέατρο» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:



http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2015

§3.2 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Να αναφερθεί το θεώρημα ότι στον ίδιο κύκλο σε ίσα τόξα αντιστοιχούν ίσες χορδές και αντιστρόφως, διότι αυτό δεν αποτελεί προηγούμενη γνώση και είναι απαραίτητη για ορισμένες αιτιολογήσεις.

Προτείνεται να γίνεται επιλογή ανάμεσα στις ερωτήσεις κατανόησης 1α), β), γ), 2α), β), γ), 3α), β), γ), ε) και στην άσκηση 1, λόγω του επαναληπτικού χαρακτήρα τους.

Επιπρόσθετα, οι μαθητές/-τριες μέσω κατασκευής να αναγνωρίσουν την ιδιότητα της κεντρικής γωνίας κανονικού πολυγώνου (βλέπε ενδεικτική δραστηριότητα), να γίνουν κατασκευές κανονικών πολυγώνων (με χειραπτικά μέσα) από τους/τις μαθητές/-τριες και, επιπλέον αν υπάρχει χρόνος και δεν έχει γίνει στην Α' γυμνασίου, να ζητηθεί, μέσω διερευνητικής δραστηριότητας η κατασκευή κύκλου που να διέρχεται από τρία σημεία (με χρήση της μεσοκαθέτου ευθύγραμμου τμήματος και των ιδιοτήτων του κύκλου).

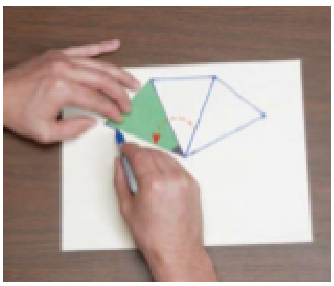
Προτείνονται**:**

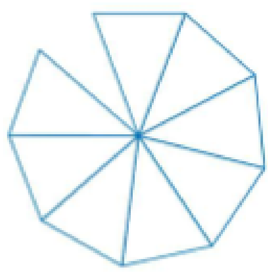
- Δραστηριότητα 1 σ. 181. Σημειώνεται ότι κατά την πραγμάτευση της δραστηριότητας αυτής το ερώτημα γ) μπορεί να απαντηθεί χωρίς την επίκληση της σχέσης εγγεγραμμένης-επίκεντρης αλλά με την χρήση του γεγονότος ότι τα τρίγωνα ΟΑΒ, ΟΒΓ, ΟΓΔ, ΟΔΕ, ΟΕΖ είναι ισόπλευρα.
- Εφαρμογές 2, 3 σ. 183
- Ασκήσεις 1, 8 σ. 184-185
- Το ιστορικό σημείωμα στη σ. 185 μπορεί να συζητηθεί στο πλαίσιο διαθεματικής εργασίας.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Οι μαθητές/-τριες σχεδιάζουν ισοσκελές τρίγωνο σε χαρτόνι και το κόβουν. Το χρησιμοποιούν ως πατρόν για να το αναπαράγουν άλλες επτά φορές, περιστρέφοντάς το γύρω από την μια κορυφή του, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα. Συζητούν, γιατί το σχήμα που κατασκεύασαν δεν είναι οκτάγωνο και τι θα έπρεπε να κάνουν, ώστε με αυτόν τον τρόπο να κατασκευάσουν οκτάγωνο.

[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι οι μαθητές/-τριες να κάνουν εικασίες για την κεντρική γωνία του κανονικού οκταγώνου, να διαπιστώσουν την ισχύ των εικασιών τους και, αν είναι δυνατόν να τις γενικεύσουν. Τελικά μπορεί να προκύψει, από τη διερεύνηση, τρόπος κατασκευής κανονικού πολυγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο]



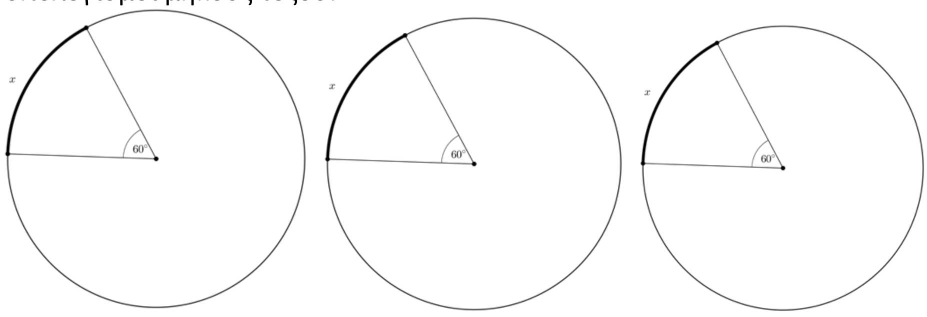


§3.3 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Είναι σημαντικό να δοθεί έμφαση στην αναλογία των μεγεθών L και δ ή L και ρ (βλ. ενδεικτική δραστηριότητα) και στην αρρητότητα του αριθμού π. Χρειάζεται επίσης να γίνει σύνδεση με τις γνώσεις που οι μαθητές/-τριες έχουν από τη διδασκαλία της §3.3 της Άλγεβρας (η συνάρτηση y=αx), μέσα από τους πίνακες τιμών και την γραφική παράσταση.

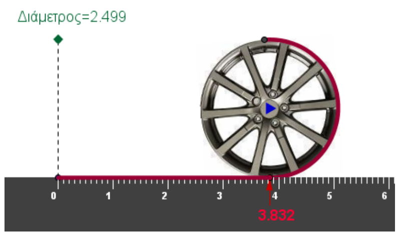
Προτείνονται:

- Δραστηριότητα 1 σ. 186
- Εφαρμογές 1, 3 σ. 187
- Επίσης ως εφαρμογές των αναλόγων ποσών προτείνεται να γίνουν οι παρακάτω υπολογισμοί μήκους τόξου:



- Ασκήσεις 2, 5, 6, 7 σ. 188
- Οι εκτιμήσεις του π στη σ. 189 προτείνεται να δοθούν ως εργασία που μπορεί να διατρέχει όλη τη σχολική χρονιά στο πλαίσιο της ομαδοσυνεργατικής μεθόδου ή ακόμη και ως διαθεματική εργασία.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u>



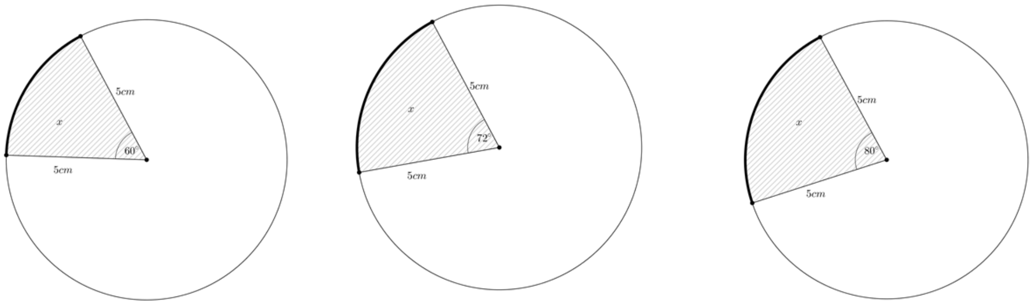
Το μικροπείραμα από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία «Ο αριθμός π» μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εισαγωγή στην έννοια του αριθμού π. Με τη βοήθεια του λογισμικού, σε μία προσομοίωση μέτρησης του μήκους ενός κύκλου με δυναμικά μεταβαλλόμενη διάμετρο, οι μαθητές/-τριες μετρούν το μήκος του κύκλου, υπολογίζουν σε πολλές περιπτώσεις το πηλίκο της περιφέρειας με τη διάμετρό του και γενικεύουν. http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/4380?locale=el

§3.5 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Χρειάζεται να δοθεί έμφαση στο ότι το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου και η ακτίνα του δεν είναι ανάλογα μεγέθη.

Προτείνονται:

- Εφαρμογές 1, 2, 3 σ. 193-194
- Επίσης ως εφαρμογές των ανάλογων ποσών προτείνεται να γίνουν οι παρακάτω υπολογισμοί εμβαδού τομέα:



- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 3, 5 σ. 194 - 195
- Ασκήσεις 1, 3, 4, 6 σ. 195

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u>
Σε μια πιτσαρία σερβίρονται δύο είδη πίτσας στρογγυλού σχήματος, οι οποίες έχουν ίδιο πάχος αλλά διαφορετικά μεγέθη. Η μικρότερη πίτσα έχει διάμετρο 30 cm και κοστίζει 30 ζεντ*. Η μεγαλύτερη έχει διάμετρο 40 cm και κοστίζει 40 ζεντ.
Ποια από τις δύο πίτσες έχει την πιο συμφέρουσα τιμή; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.
*ζεντ = νόμισμα της χώρας που βρίσκεται η πιτσαρία

Πηγή: Θέμα «Πίτσες», PISA 2000
https://www.iep.edu.gr/pisa/index.php/examples/themata-mathimatikon

Κεφάλαιο 4ο (Να διατεθούν 8 διδακτικές ώρες)
Η αντίληψη και η γνώση του χώρου παίζουν κρίσιμο ρόλο ακόμα και στις πιο συνηθισμένες ανθρώπινες δραστηριότητες. Η κατανόηση και η γνώση των εννοιών του κεφαλαίου αυτού είναι πολύ σημαντική για όλους τους/τις μαθητές/-τριες, αφού σχετίζονται με την καθημερινή ζωή, αλλά και τις εφαρμογές της Γεωμετρίας του χώρου σε άλλες επιστήμες (όπως χαρακτηριστικά αναφέρεται στο εισαγωγικό σημείωμα του κεφαλαίου στο βιβλίο του/της μαθητή/-τριας).
Παρόλο που οι μαθητές/-τριες γνωρίζουν από το Δημοτικό την έννοια του κύβου, του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, του κυλίνδρου, τους τρόπους υπολογισμού του εμβαδού των επιφανειών τους και του όγκου τους και διακρίνουν την έννοια της χωρητικότητας από την έννοια του όγκου, εντούτοις μπορεί να αντιμετωπίζουν δυσκολίες, ιδιαίτερα με την έννοια της μέτρησης.
Μερικές ενδεικτικές δυσκολίες των μαθητών/-τριών που πρέπει να αντιμετωπιστούν είναι:
- ✓ Η μεταβολή κατά ανάλογο τρόπο των διαστάσεων ενός στερεού επιφέρει ανάλογη μεταβολή στον όγκο του.
- ✓ Στερεά με μεγαλύτερη επιφάνεια έχουν μεγαλύτερο όγκο.
- ✓ Στερεά με ίσο όγκο, έχουν ίση επιφάνεια.

Για τις δυσκολίες των μαθητών/-τριών σχετικά με την έννοια της μέτρησης, βλέπε http://ebooks.edu.gr/new/ps.php, στο 2. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣ ΤΑ ΙΣΧΥΟΝΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΠΟΥΔΩΝ/ Β. Οδηγοί για τον/την Εκπαιδευτικό/ Επιστημονικό Πεδίο: Μαθηματικά/ Σελ 103.

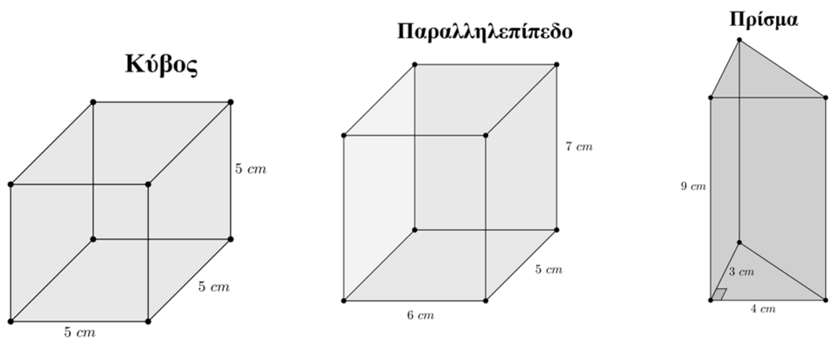
Οι δυσκολίες προέρχονται από το γεγονός ότι απαιτούνται από τους/τις μαθητές/-τριες ικανότητες κατανόησης του χώρου και συστηματική οργάνωση των οπτικών πληροφοριών, ώστε να είναι σε θέση να κατανοήσουν τις αφηρημένες γεωμετρικές έννοιες της Στερεομετρίας.

Αν και τα τρισδιάστατα αντικείμενα είναι μέρος της καθημερινής τους εμπειρίας, η αναπαράστασή τους από δισδιάστατα σχήματα είναι πηγή δυσκολίας. Η χρήση διάφορων μέσων, όπως τρισδιάστατα μοντέλα, η σύνδεση των δισδιάστατων αναπαραστάσεων με αντικείμενα από την καθημερινή τους εμπειρία, η σχεδίαση στο χαρτί τρισδιάστατων αντικειμένων, η εξερεύνηση των αναπτυγμάτων των επιφανειών πραγματικών αντικειμένων, ο σχεδιασμός σε χαρτόνι του αναπτύγματος των επιφανειών κάποιων στερεών και κατόπιν η δημιουργία αυτών των στερεών, όπως επίσης προγράμματα τρισδιάστατης γεωμετρίας που επιτρέπουν την περιστροφή των σχεδιασμένων στερεών και παρέχουν την δυνατότητα θέασής τους από διαφορετικές οπτικές γωνίες κτλ. μπορούν να τους βοηθήσουν στην κατανόηση των εννοιών.
Στην Β΄ Γυμνασίου, προτείνεται να δοθεί βάρος, κυρίως, στην ανάπτυξη χωρικής αντίληψης και κατά δεύτερο λόγο στις μετρήσεις και στους τύπους υπολογισμού του όγκου στερεών σχημάτων.

§4.2 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)
Για την κατανόηση των εννοιών και των τύπων υπολογισμού του εμβαδού του πρίσματος και του κυλίνδρου προτείνεται να δοθούν στους μαθητές/-τριες κατάλληλες δραστηριότητες, π.χ. η μελέτη του αναπτύγματος της επιφάνειας ενός πρίσματος ή ενός κυλίνδρου ή αντίστροφα, η σχεδίαση σε χαρτόνι του αναπτύγματος της επιφάνειας ενός ορθού τριγωνικού πρίσματος και ενός κυλίνδρου με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά και η κατασκευή του στερεού.

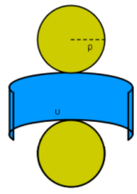
Προτείνονται**:**

- Μπορεί ο/η διδάσκων/-ουσα, κατά την κρίση του/της, χρησιμοποιώντας συγκεκριμένα πρίσματα (κατά προτίμηση πραγματικά στερεά) να αναφερθεί εν συντομία στις έννοιες της παραγράφου 4.1.
- Ως δραστηριότητα και χωρίς αναφορά στους τύπους των σελίδων 207, 208 μπορεί να υπολογισθεί το εμβαδόν της επιφάνειας των παρακάτω στερεών:



- Στη συνέχεια, με τη βοήθεια των αποτελεσμάτων των παραδειγμάτων, μπορούν να αναφερθούν οι σχετικοί τύποι.
- Εφαρμογές 1, 3, σ. 208-209
- Ασκήσεις 3, 6, 9 σ. 210-211

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα</u>:
Η εφαρμογή 3 σ. 209 του σχολικού βιβλίου προτείνεται να διερευνηθεί με το μικροπείραμα «Υπολογίστε το κόστος μιας δεξαμενής καυσίμων» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2038



§4.3 (Να διατεθούν 4 διδακτικές ώρες)

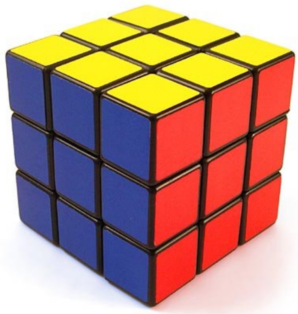
Στο Δημοτικό οι μαθητές/-τριες έχουν διδαχτεί τις έννοιες του όγκου και τις μονάδες μέτρησης αυτού, εκτός από τον διεθνή συμβολισμό τους.

Επισημαίνεται ότι οι μαθητές/-τριες συχνά πιστεύουν ότι ο διπλασιασμός, τριπλασιασμός κτλ. όλων των διαστάσεων ενός στερεού οδηγεί στον διπλασιασμό, τριπλασιασμό κτλ. του όγκου.

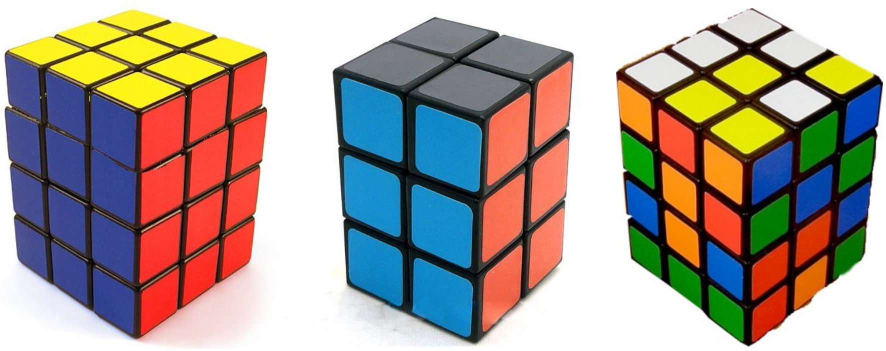
Προτείνεται να ζητείται από τους/τις μαθητές/-τριες ο σχεδιασμός σχημάτων που αντιπροσωπεύουν τα στερεά των ασκήσεων που δίνονται για λύση.

Προτείνονται**:**

- Ως δραστηριότητα να γίνει ο υπολογισμός των όγκων των τριών στερεών που υπάρχουν στην σελίδα 212 με μονάδα μέτρησης τον μικρό κύβο.
- Στη συνέχεια μπορεί να υπολογιστεί ο όγκος του παρακάτω κύβου του Rubik με μονάδα μέτρησης ένα από τα (ίδια) κυβάκια που τον απαρτίζουν:



Να απαντηθεί το ίδιο ερώτημα για τα στερεά:



- Η βασική ιδέα που πρέπει να αναδειχθεί είναι ότι ο όγκος ενός πρίσματος προκύπτει από το γινόμενο του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος του και κατ' αναλογία αυτό ισχύει και για τον όγκο κυλίνδρου.
- Αφού δοθούν οι τύποι της σελίδας 213 μπορούν να γίνουν οι εφαρμογές 1,2 της σελίδας 213 και η εφαρμογή 3 της σελίδας 214.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα</u>:

Οι μαθητές/-τριες χρησιμοποιούν δύο φύλλα χαρτί Α4. Το ένα το διπλώνουν κατά μήκος και το άλλο κατά πλάτος για να σχηματίσουν δύο κυλίνδρους (χωρίς τις βάσεις). Διερευνούν σε ποια περίπτωση ο όγκος είναι μεγαλύτερος και δικαιολογούν σχετικά. Συζητούν για τα χαρακτηριστικά των δύο κυλίνδρων (ίσες παράπλευρες επιφάνειες – διαφορετικοί όγκοι).

§§4.4 και 4.6 (Να διατεθεί 1 διδακτική ώρα)

Αυτές οι παράγραφοι διδάσκονται μόνο για λόγους πληρότητας. Κατά την κρίση του/της διδάσκοντα/-ουσας μπορεί να γίνει μια γνωριμία με τα στερεά αυτά μέσω εικόνων ή επιλεγμένων βίντεο.

Ενδεικτική δραστηριότητα:
Οι μαθητές/-τριες, χωρισμένοι σε ομάδες κατασκευάζουν από χαρτόνι ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και μια πυραμίδα που έχουν το ίδιο εμβαδόν βάσης, την γεμίζουν με ρευστό υλικό (ρύζι ή άμμο) και συγκρίνουν τη χωρητικότητά της με αυτή του παραλληλεπιπέδου, αδειάζοντας κάθε φορά το περιεχόμενό της στο ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και συνεχίζοντας, μέχρι να γεμίσει αυτό. Συζητούν πάλι για τα αποτελέσματα και γενικεύουν κάνοντας εικασίες για τον τρόπο υπολογισμού του όγκου της πυραμίδας.
[Σχόλιο: Το ίδιο πείραμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τη σύγκριση όγκου ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου και πρίσματος με το ίδιο εμβαδόν βάσης].

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΣΗΣ

Η εγκατάσταση των Διαδραστικών Οθονών Αφής στα σχολεία προσφέρει πολυάριθμα πλεονεκτήματα στο σχεδιασμό και στην ανάπτυξη της διδασκαλίας. Συγκεκριμένα:

- Παρέχεται η δυνατότητα οργάνωσης, καταγραφής και αποθήκευσης μαθημάτων που δύνανται να αξιοποιηθούν τόσο από τους/τις εκπαιδευτικούς όσο κι από τους/τις μαθητές/-τριες.
- Προσφέρεται η εύκολη πρόσβαση στο note, στα σχεδιαστικά εργαλεία των οθονών αφής, σε ποικίλους Ανοικτούς Εκπαιδευτικούς Πόρους / Open Educational Resources (ΑΕΠ / OER) που περιλαμβάνουν κατηγορίες όπως: Εκπαιδευτικά Παιχνίδια/Δυναμικός Χάρτης/Εφαρμογές Λογισμικού/AR-VR-MR Αντικείμενα /3D Αντικείμενα κ.ά. καθώς και στην εφαρμογή mozaBook (που είναι προεγκατεστημένη στο περιβάλλον windows των οθονών και μελλοντικά θα εμπλουτιστεί με τα διαδραστικά σχολικά βιβλία).
- Όλα τα παραπάνω αποτελούν καινοτόμα μαθησιακά περιβάλλοντα, εύχρηστα, με πλούσιο οπτικοακουστικό υλικό οικείου χαρακτήρα και εξοικείωσης με την καθημερινότητα των μαθητών/-τριών, που ανταποκρίνονται στα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα. Επίσης, δίνουν στον/στην εκπαιδευτικό την ευκαιρία να οργανώσει το μάθημά του/της, δημιουργώντας ένα «υβριδικό περιβάλλον εργασίας», που λειτουργεί ως διδακτικό αποθετήριο και εμπλουτίζεται στο πλαίσιο της σύγχρονης και ασύγχρονης διδασκαλίας.
- Οι εκπαιδευτικοί έχουν τη δυνατότητα να προσαρμόσουν το υλικό διδασκαλίας τους ώστε να ανταποκρίνεται στη γνωστική ετοιμότητα και στις ανάγκες των μαθητών/-τριών, σε σχέση με την ηλικία τους και τους διαφορετικούς τύπους μάθησης (οπτικός, ακουστικός, κιναισθητικός), προσφέροντας υλικό σε διαφορετικές μορφές, με άξονα τη συμπερίληψη όλων καθώς και την εξατομικευμένη μάθηση. Παράλληλα, η χρήση ποικίλων διαδραστικών δραστηριοτήτων επιτρέπουν την άμεση ανατροφοδότηση και αξιολόγηση του επιπέδου κατανόησης του μαθήματος.
- Η λειτουργία «πολλαπλής αφής» των διαδραστικών οθονών δίνει στον/στην εκπαιδευτικό την ευκαιρία να σχεδιάσει και να ενσωματώσει στη διδασκαλία ομαδικές δραστηριότητες, που επιτρέπουν τη συνέργεια των μαθητών/-τριών, καλλιεργώντας δεξιότητες όπως της συνεργασίας και επικοινωνίας.
- Οι οθόνες αφής μπορούν να συνδεθούν με το Google Drive ή το OneDrive, με υπολογιστές, τάμπλετ και άλλες συσκευές, διευκολύνοντας τη μεταφορά και την κοινή χρήση πληροφοριών.
- Δίνεται η δυνατότητα στον/στην εκπαιδευτικό να μοιράζεται με τους/τις μαθητές/-τριες εκπαιδευτικό υλικό και να το επαναχρησιμοποιεί, μειώνοντας τον φόρτο εργασίας.

- Δίνεται η δυνατότητα της αντεστραμμένης διδασκαλίας και η λειτουργία της ανεστραμμένης τάξης.
- Δίνεται η δυνατότητα ένταξης της τεχνητής νοημοσύνης (ΤΝ) στη μαθησιακή διαδικασία.
- Τέλος, τα διαδραστικά συστήματα μάθησης διευκολύνουν και επιταχύνουν τη διενέργεια του μαθήματος καθώς δεν απαιτούν συσκότιση της αίθουσας για να προβληθεί υλικό, έχουν ενσωματωμένα ηχεία και μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαισθητικά με την αφή. Το σύνολο του υλικού των Οδηγιών Διδασκαλίας είναι κατάλληλο για χρήση δια μέσου των διαδραστικών συστημάτων μάθησης. Επιπροσθέτως, τα συστήματα αυτά διαθέτουν την επιλογή της λειτουργίας τους ως ασπροπίνακες με πολλές επιπλέον δυνατότητες πέραν της απλής γραφής κειμένου (π.χ. λειτουργία screenshot της οθόνης και δυνατότητα γραφής σημειώσεων πάνω στο screenshot, αντιγραφή-επικόλληση μέρους των σημειώσεων κ.ά.).
- Το σύνολο των δυνατοτήτων του υλικού κάθε μοντέλου διαδραστικού συστήματος μάθησης μπορεί να αναζητηθεί στις εξής διευθύνσεις:

➢ Συχνές ερωτήσεις Διαδραστικών Συστημάτων.

➢ Χρήσιμα αρχεία Διαδραστικών Συστημάτων.

Για τη διδασκαλία των **Μαθηματικών**, οι διαδραστικές οθόνες αφής διευκολύνουν τη χρήση δυναμικών λογισμικών Μαθηματικών, εργαλείων γεωμετρικών κατασκευών, διαδραστικών ασκήσεων, βίντεο-ηχητικών, τρισδιάστατων μοντέλων, εγείροντας το ενδιαφέρον των μαθητών/-τριών και προάγοντας την αφομοίωση της ύλης.